

1. témakör: Természetes számok értelmezése

Fogalma: Természetes számok a pozitív egészek és a 0.

Jelölése: $N := \{0; 1; 2; 3; 4; 5; \dots \infty\}$

Mindennapokban a tizes számrendszert használjuk.

A tizes számrendszer:

10 számjegyet használunk: 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 0.

Helyiértékek szerint írjuk fel a nagyobb számokat. A helyiértékek jobbról balra növekednek, és 3-as csoportokba rendezzük a számjegyeket.

		milliós csoport			ezres csoport					
...	milliárd (ezermillió)	százmillió	tízmillió	millió	százezer	tízezer	ezer	száz	tíz	egy
	Md	szM	tM	M	SZ	T	E	sz	t	e
	3	0	5	0	7	0	0	0	0	4

A helyiértéktáblázatba beírtuk a következő számot: 3'050'700'004

Az egyesek helyén álló szám a 4. Ez azt jelenti, hogy 4 db egyes helyiértékünk van. A százezresek helyén álló szám

helyiértéke = százezer; alaki értéke = 7; valódi értéke 700'000, azaz hétszázezer.

Összealakja = 3 db milliárd + 5 db tízmillió + 7 db százezer + 4 db egyes =
 $= 3 \cdot 1'000'000'000 + 5 \cdot 10'000'000 + 7 \cdot 100'000 + 4 \cdot 1$

A 0 (nulla) nem értékes számjegy, csak helypótlásra szolgál. Azt a helyiértéket jelöli, amelyen nem áll értéket jelölő számjegy.

Számok betűvel való leírásánál is a hármas tagolást vesszük figyelembe. Kétezerig egybe írjuk.

1950 = ezerkilencszázötven

3'050'700'004 = hárommilliárd-ötvenmillió-hétszázezer-négy

256'890 = kettőszázötvenhatezer-nyolcszázkilencven

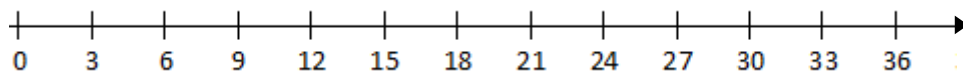
21'340'400 = huszonegymillió-háromszáznegyvenezer-négyszáz

Nagyság szerinti rendezésnél a szám legnagyobb helyiértékénél levő értékes számjegy helyiértékét nézzük meg, hasonlítjuk össze. Pl.: 3'054'205 esetén a millió. A 305'425 esetén a százezer. A nagyobb helyiértékkel rendelkező szám lesz a nagyobb. Egyenlő helyiértékkel kezdődő szám esetén a nagyobb alaki értékű számjeggyel kezdődő lesz a nagyobb szám. Pl.: 203'640 és 503'640 esetén a százezresek helyén álló 2 és 5 alaki érték közül az 5 a nagyobb, ezért az 503'640 a nagyobb szám. Az egyenlő helyiértékkel kezdődő és egyenlő alakiértékű szám esetén a helyiértékeken levő számjegyeket a csökkenő helyiértékek szerint hasonlítgatjuk. Pl.: 23'970 és 23'890 esetén a tízezszeres és ezreszek helyén ugyanaz az alaki értékű számjegy van, ezért a százaskok helyén álló számjegyet hasonlítjuk. A 23'970 a nagyobb.

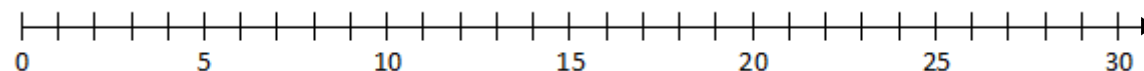
Számegyenes:

A számokat számegyenesen ábrázolhatjuk egy irányban. A számok balról jobbra haladva  haladva  letve letről felfelé haladva nőnek. A növekedés irányát a nyíl jelzi.

A számegyenesen egyenlő távolságokra beosztásokat teszünk. *A beosztások számokat jelölnek. Egy számegyenesen egymás mellett két beosztáson levő szám között mindig ugyanannyi a különbség. Pl.:*

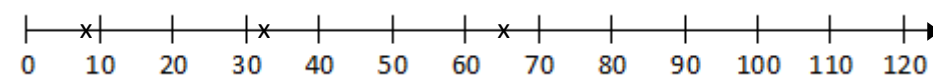


Pontos ábrázolásnál a jelölendő számok helye beosztásra kerül.



Közelítő ábrázolásnál a jelölendő szám helye két beosztás között van.

Pl.: 8; 31; 65;

**Relációs jelek:**

A nagyságrendi viszonyokat relációs jelekkel jelöljük. Kisebb ($<$); nagyobb ($>$); egyenlő ($=$).

Az egyenlőség jelet megfordíthatjuk. Pl.: $5=2+3$ vagy $2+3=5$ ugyanazt jelenti.

A kisebb, nagyobb jelek esetén a nagyobb felé nyílik: $2+3 < 7$ és $7 > 2+3$. Mindkét eset jelölheti, hogy a 7 nagyobb, mint a $2+3$; és a $2+3$ kisebb mint 7.

Két jelet is használhatunk egyszerre:

$\leq$ kisebb egyenlő jelöli a nem nagyobb számokat. $\{0; 1; 2; 3; 4; 5\} \leq 5$

Ezt a **legfeljebb** szóval is kifejezhetjük. Pl.: **Legfeljebb** 5 cukrot ehetsz meg!

$\geq$ nagyobb egyenlő jelöli a nem kisebb számokat. $\{8; 9; 10; 11; 12...\} \geq 8$.

Ezt a **legalább** szóval is kifejezhetjük. Pl.: **Legalább** 8 percet kell ezt tanulnod!

$< >$ jelentése a nem egyenlő. ($\neq$) $6 \neq 7$; vagy $\{2; 3; 5; 6; 7\} < > 4$

Kerekítés:

Természetes számokat kerekíthetünk tizesre, százásra, ezresre... A kerekítés során a legközelebbi tizes, százás, ezres... számszomszédot keressük meg. *Középérték esetén, azaz az 5-ös számjegyet felfelé kerekítjük.*

Megkeressük a kerekítésben megadott helyiértéket és a tőle egyel kisebb helyiértéken levő számjegy alapján döntünk, hogy maradhat-e. Pl.: 1428-at kerekítünk százásra: százások helyén a 4 áll. Tőle kisebb helyiérték a tizes és ott 2 áll. A 2 dönti el, hogy merre kerekítünk. Ha ez 0; 1; 2; 3; 4, akkor maradhat és a kerekítendő helyiértéktől kisebb helyiértékekre 0-kat írunk. Pl.: 1428 esetén a 2 lefelé kerekít, ezért százások után 0-kat írunk. $1428 \approx 1400$. Ha 5; 6; 7; 8; 9 akkor egy helyiértéket adunk hozzá. Pl.: $1468 \approx 1500$, mivel a 6-ot felfelé kerekítjük, így a 4 db százashoz még egy százast adunk. $(4+1=5)$.

Fejben számolás:

Összeadás: Azonos helyiértékek alaki értékeit adjuk össze. Ha ez nagyobb, mint 10, akkor az eggyel nagyobb helyiértékhez adjuk a tizedek számát. Pl.: $700 + 600 = 1\,300$.

Kivonás: Azonos helyiérték szerint végezzük a kivonást. Pl.: $210\,000 - 30\,000 = 180\,000$

Szorzás: Elnevezések: szorzandó • szorzó = szorzat.

Kétjegyű számot egyjegyűvel úgy szorzunk, hogy először a tizedek helyiértékén álló szám tényleges értékét szorozzuk a szorzóval, megjegyezzük, majd az egyesek helyén álló számot szorozzuk a szorzóval és a kapott számot hozzáadjuk az előzőleg megjegyzett értékhez. Pl.: $23 \cdot 6 = 120 + 18 = 138$, mert $20 \cdot 6 = 120$ $3 \cdot 6 = 18$.

Szorzás 10-zel, 100-zal, 100-rel... :

A szorzandó helyiértégeit annyival tesszük nagyobb helyiértékre, ahány 0 (nulla) szerepel a szorzóban.

Pl.: $32 \cdot 100 = 3\,200$

Leírásban csak annyi 0-t írunk a szám után, ahány 0 volt a szorzóban.

Pl.: $4\,500 \cdot 10 = 45\,000$

Szorzás fejben: Ha a szorzandó vagy a szorzó végén 0-k vannak, azok sz értékes számjegyek szorzása után a szám végére kerülnek.

pl.: $200 \cdot 30 = 6\,000$ ($2 \cdot 3 = 6$ és 3 db 0) vagy $50 \cdot 80 = 4\,000$ ($5 \cdot 8 = 40$ és 2 db 0).

Osztás: Elnevezések: osztandó : osztó = hányados.

Osztás 10-zel, 100-zal, 100-rel,... :

Az osztandó számjegyei annyival kerülnek kisebb helyiértékre, ahány 0 szerepelt az osztóban.

Pl.: $570\,000 : 1000 = 570$.

Leírásban annyi 0-t húzunk le az osztandó végéről, ahány szerepelt az osztóban. Pl.:

$25\,000 : 10 = 2\,500$.

Osztás fejben: Egyszerűsítjük az osztást.

Annyi 0-t húzunk le az osztandóból, ahány az osztó végén szerepelt. Az osztó végén maradt 0-kat a hányados végére írjuk. Kivétel, ha az osztásnál felhasználjuk. Pl.: $24\,000 : 800 = 240 : 8 = 30$, mert $24 : 8 = 3$ és még 1 db 0. DE! $20\,000 : 400 = 200 : 4 = 50$, mert $20 : 4 = 5$ és még 1 db 0.

ezres csoport					
százezres	tízezres	ezres	százaz	tizedes	egyes
SZ	T	E	sz	t	e
				3	2
		3	2	0	0

ezres csoport					
százezres	tízezres	ezres	százaz	tizedes	egyes
SZ	T	E	sz	t	e
5	7	0	0	0	0
			5	7	0

Római számok: A római számokat nagybetűkkel írjuk le.

1=I 5=V 10=X 50=L 100=C 500=D 1'000=M

Legfeljebb 3 db egyforma jel kerülhet egymás mellé. A 4 db esetén következő érték jelölés elé írva kivonás jelölésével írjuk le. Pl.:

1 = I	11 = XI
2 = II	34 = XXXIV
3 = III	48 = XLVIII (<u>50-10</u> +8)
4= IV (5-1)	49 = IL (50-1)
5 = V	81 = LXXXI (50+30+1)
6 = VI (5+1)	96 = XLVI (<u>100-10</u> + <u>5+1</u>)
7 = VII (5+2)	1'740 = MDCCXL (1000+500+100+100+ <u>50-10</u>)
8 = VIII (5+3)	1'539= MDXXXIX (1000+500+30+ <u>10-1</u>)
9 = IX (10-1)	499 = ID (500-1)
10 = X	1'999 = MIM (1000+1000-1)

Gyakorló feladatok:

1. Mivel jelöljük a természetes számok halmazát?
Mely számok tartoznak a természetes számok közé?
Melyik a legkisebb természetes szám?
Hány db természetes szám van?
2. Melyik számrendszert alkalmazzuk a mindennapokban?
Hány számjegyünk van? Sorold fel őket!

3. Készíts helyiérték táblázatot!
Írd a táblázatba a 20 301 számot!

[illegible]

Írd a második sorba azt a számot, amelyben a legkisebb helyiértéken a legnagyobb alaki értékű számjegy van. A tizedesek helyén 4 áll. Az ezreszek helyén 3-mal osztható pár

Melyik ez a szám? Írd ide:

A harmadik sorba írd a MMCIV római számírással jelölt számot a tízes számrendszerben használt számjegyekkel.

Írd ide számjegyekkel és betűkkel.....

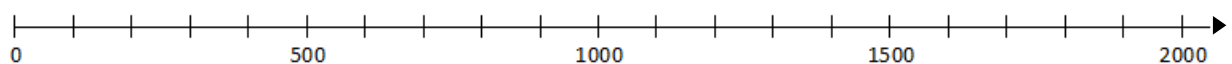
Ebben a számban mennyi a valódi értéke az ezresek helyén álló számjegynek?

Írd le a számot összegalakban!

4. Írd le számjegyekkel a következő számot!
egymillió-háromszázhatvanezer-húsz =
Írd le betűkkel a következő számokat!
302·050 =

5. A következő számokat írd csökkenő sorrendbe!
- 3'054; 3'540; 30'540; 20'854; 354; 534; 350;

6. Ábrázold a megadott számokat a számegyenesen!
1800; 100; 650; 810; 1640; 1090; 1999;



7. Az oldalt felírt számok közül válogasd ki azokat a számokat, amelyekre igaz, hogy:
- | | | | | |
|--------------------|----|----|----|----|
| kisebb, mint 20 = | 6 | 10 | 14 | 18 |
| nagyobb, mint 30 = | 23 | 27 | 30 | 32 |
| $\Delta \geq 32 =$ | 45 | | | |

6	10	14	18	20
23	27	30	32	36
45				

$\bigcirc \leq 14 =$
 legalább 18 =
 legfeljebb 18 =
 Nem kisebb, mint 14, de kisebb, mint 32 =
 $\square < > 30 =$
 $20 \leq \Delta < 32 =$

8. Kerekítsd a következő számokat!

tizesre: $3\,542 \approx$
 tizesre: $197 \approx$
 tizesre: $89 \approx$
 századra: $1639 \approx$
 századra: $1999 \approx$
 századra: $83 \approx$
 Millióra: $3\,507\,972 \approx$
 Millióra: $999\,999 \approx$
 Millióra: $123 \approx$

9. Végezd el a műveleteket! Fejben számolj!

$400 + 300 =$	$500 - 300 =$
$6000 + 500 =$	$40\,000 - 36\,000 =$
$13\,200 + 800 =$	$53\,000 - 700 =$
$10\,000 + 3\,567 =$	$3\,890 - 1\,620 =$
$13 \cdot 8 =$	
$543 \cdot 100 =$	$43\,000 : 100 =$
$300 \cdot 20 =$	$1\,200 : 600 =$
$50 \cdot 200 =$	$20\,000 : 40 =$

10. Mely számokat írtuk fel római számírással?

VIII =	IX =	XXIV =	XVI =
XC =	CX =	XL =	LX =
MD =	MDXXX =	MMXXVI =	

Írd le a számokat római számírással:

7 =	17 =	34 =	49 =
132 =	146 =	800 =	895 =
1300 =	1222 =	1945 =	2011 =

2. témakör: Alapműveletek természetes számokkal

Alapműveletek: összeadás, kivonás, szorzás, osztás.

A természetes számok halmazába tartozó számokkal összeadást és szorzást végezhetünk úgy, az eredmény is természetes szám. *(Zárt művelet)*

Kivonás és osztás esetén az eredmény nem mindig természetes szám. *(Nyitott művelet)*

Írásbeli összeadás: Egy összeadásban

kettőnél több tagot is összeadhatunk. A tagok felcserélhetők. A számokat helyiértékek szerint egymás alá írjuk,

egyesek helyiértékével kezdve, jobbról balra haladva összeadjuk. A tizes maradékot tovább visszük a következő helyiértékhez.

$$\begin{array}{r} 326 \\ + 41 \\ \hline 367 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 487 \\ + 15 \\ \hline 502 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 234 \\ 516 \\ 45 \\ 9 \\ + 612 \\ \hline 1416 \end{array}$$

Írásbeli kivonás: A számokat helyiértékek szerint egymás alá írjuk, a kisebbítendő (nagyobb szám) kerül felülre.

Az egyesek helyiértékével kezdve,

jobbról balra haladva pótlással számolunk. Ha tizes átlépéssel pótolunk, akkor a tizeseket a kivonandó szám következő helyiértékéhez adjuk és úgy pótolunk.

Csak egy kivonandó tagot tudunk egy felírással kivonni! A tagok NEM cserélhetők fel!

A kivonást összeadással ellenőrizhetjük.

$$\begin{array}{r} 643 \\ - 520 \\ \hline 123 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 275 \\ - 148 \\ \hline 127 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{Ell.: } 127 \\ + 148 \\ \hline 275 \end{array}$$

Írásbeli szorzás: Egy leírással két tényezőt tudunk összeszorozni. A tényezők felcserélhetők.

Két tényezőt egymás mellett írjuk le a szorzásjellel. A szorzás jeltől kifelé haladva végezzük a szorzást. Többjegyű szorzó esetén a rész szorzatokat jobbra eltolva írjuk, és a végén összeadjuk.

$$\begin{array}{r} 256 \cdot 3 \\ \hline 768 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 486 \cdot 254 \\ \hline 972 \\ 2430 \\ + 1944 \\ \hline 123444 \end{array}$$

Írásbeli osztás: Egy leírással egy kéttényezős osztást tudunk elvégezni. A tényezők NEM cserélhetők fel!

Többjegyűvel való osztásnál hasonlóan járunk el. A visszaszorzás és a kivonás áll több lépésből.

$$\begin{array}{r} \text{E Sz T E} \\ 6' 7' 3' 2' : 4 = 1 \quad 6 \quad 8 \quad 3 \\ \hline - 4 \quad \leftarrow 4 \cdot 1 \\ \hline 2 \quad 7 \\ - 2 \quad 4 \quad \leftarrow 4 \cdot 6 \\ \hline 3 \quad 3 \\ - 3 \quad 2 \quad \leftarrow 4 \cdot 8 \\ \hline 1 \quad 2 \\ - 1 \quad 2 \quad \leftarrow 4 \cdot 3 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6' 7' 3' 2' : 4 = 1 \quad 6 \quad 8 \quad 3 \\ \hline 2 \quad 7 \\ \hline 3 \quad 3 \\ \hline 1 \quad 2 \\ \hline 0 \end{array}$$

Az osztást szorzással ellenőrizhetjük. Ellenőrzésnél a maradékot is hozzáadjuk, de nem toljuk el helyiértékkel.

$$\begin{array}{r} 48' 6' 5' : 23 = 211 \\ \hline 2 \quad 6 \\ \hline 3 \quad 5 \\ \hline 1 \quad 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{Ell.: } 211 \cdot 23 \\ \hline 422 \\ 633 \\ + 12 \\ \hline 4865 \end{array}$$

http://www.jgypk.hu/mentor_halo/tananyag/Matematika_tantrgyepdaggia/74_rsbeli_oszts.html

Összeg változásai:

- Ha a tagokat növeljük, akkor az összeg is ugyanannyival fog növekedni.
pl.: $20+53 = \underline{73}$ és $25+53 = \underline{78}$
- Ha a tagokat csökkentjük, akkor az összeg is ugyanannyival fog csökkenni.
Pl.: $120+300=420$ és $120+200=320$
- Ha az egyik tagot csökkentjük és egy másik tagot ugyanannyival növelünk, akkor az összeg nem változik. Pl.: $150+230=380$ és $100+280=380$
- Ha a tagokat más sorrendbe vagy más csoportosítással adjuk össze, az összeg nem változik. Pl.: $23+200+17+300 = \underline{23+17} + \underline{200+300} = 40+500 = 540$
- Az összeg nem változik, ha 0-t (nullát) adunk hozzá, vagy vonunk ki..

Különbség változásai:

- Ha a kisebbítendőt növeljük, akkor a különbség nagyobb lesz. $20-13=7$ és $24-13=11$
- Ha a kivonandót növeljük, akkor a különbség kisebb lesz. $20-13=7$ és $20-15=5$
- A különbség nem változik, ha bármelyik taghoz 0-t (nullát) adunk hozzá, vagy vonunk ki. $(20+0)-13=7$ vagy $20-(13+0)=7$

Szorzat változásai:

- Ahány szorosára változtatjuk az egyik tényezőt, a szorzat is ugyanannyiszorosára változik. $20 \cdot 3=60$ és $40 \cdot 3=120$ és $20 \cdot 6=120$
- A szorzat értéke nem változik, ha az egyik tényezőt szorozzuk és a másik tényezőt ugyanazzal a számmal osztjuk. $30 \cdot 6=180$ és $90 \cdot 2=180$ és $10 \cdot 18=180$
- Ha az egyik tényező 0 (nulla), akkor a szorzat értéke is 0 (nulla). $34 \cdot 0=0$ és $0 \cdot 147=0$
- 1-gyel való szorzás vagy osztás során nem változik a szorzat. $9 \cdot 1 \cdot 3=27$

Hányados változásai:

- Ha az osztandót többszöröseire változtatjuk, akkor a hányados is ugyanannyiszorosára változik. $50 \cdot 6=300$ és $100 \cdot 6=600$
- Ha az osztót valahányszorosára változtatjuk a hányados ugyanannyiad részére változik. $24:6=4$ és $24:12=2$
- 1-gyel való osztásnál a hányados nem változik. $54:1:6=9$ és $54:6:1=9$
- 0-t oszthatunk. A hányados mindig 0. Pl.: $0:4=0$
- 0-val nem oszthatunk! Értelmetlen, nincs megoldása. $5:0= \odot$

Műveletek sorrendje:

- Műveletek rangsorolása: 1. zárójel, 2. szorzás/osztás, 3. összeadás/kivonás. Elsőnek a zárójelben levő műveleteket végezzük el, majd a szorzást/osztást és végül az összeadást/kivonást.

$$\text{Pl.: } 5 \cdot \overset{\textcircled{2}}{(3+7)} - 20 = \overset{\textcircled{2}}{5} \cdot \overset{\textcircled{1}}{10} - 20 = \overset{\textcircled{3}}{50} - 20 = 30$$

- Egyenrangú műveleteknél balról jobbra haladunk. Pl.: $\underline{20+40} - 50 = 60 - 50 = 10$

Jó gondolatok:

- Egyenrangú műveletek esetén a sorrend úgy változtatható, hogy a szám előtti műveleti jelet a számmal együtt helyezzük át. Pl.: $13+20-3 = 13-3+20$ vagy $2:3 \cdot 9 = 2 \cdot 9:3$
- Több tagú kivonásnál a kivonandók összegét egybe ki lehet vonni.
Pl.: $15-2-1-3 = 15 - (2+1+3)$

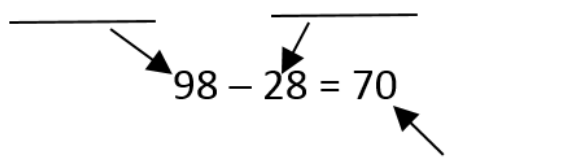
Nyitott mondatok: Ellenkező műveletek: az összeadás-kivonás valamint a szorzás-osztás.

Visszafelé gondolkozva a leírt művelet ellenkezőjével tudjuk megoldani a feladatot.

Pl.: $(\Delta+2) \cdot 5 = 40$ megoldás: $40:5 = (\Delta+2) = 8$; $8-2=\Delta$; $\Delta=6$. Ell.: $(6+2) \cdot 5 = 8 \cdot 5 = 40=40$.

Gyakorló feladatok:**1. Igaz vagy hamis? A hamis állításokat javítsd ki!**

- ... Az összeadás tényezőkből áll.
- ... A szorzás során tényezőket szorzunk össze.
- ... Az összeadást és a szorzást a 0 nem változtatja meg.
- ... Az 1-gyel való osztás és szorzás nem változtat az eredményen.
- ... Az összeadás elemeinek sorrendje felcserélhető .
- ... A kivonás elemeinek sorrendje nem cserélhető fel. .
- ... A szorzás elemeinek sorrendje nem cserélhető fel .
- ... Az osztás elemeinek sorrendje nem cserélhető fel.
- ... Az összeg növekszik , ha az egyik tagot növeljük.
- ... A különbség nő, ha a kisebbítendőt növeljük és a kivonandót változatlanul hagyjuk.

2. Írd a vonalra az elnevezéseket!**3. Végezd el írásban a műveleteket a négyzetrácsos felületen! A kivonásokat és az osztásokat ellenőrizd!**

$2345 + 153 =$	$6289 - 235 =$
$4562 + 598 =$	$7345 - 538 =$
$861 \cdot 4 =$	$2503 \cdot 203 =$
$765 : 5 =$	$2026 : 3 =$
$252 : 12 =$	$4565 : 37 =$

4. A következő feladatban NE számold ki az eredményeket! Hasonlítsd össze a várható eredményeket! Tedd ki a feladatok közé relációs jelet! Ha nem egyenlő, írd a relációs jel fölé, hogy mennyivel vagy hányszorosára változik.

$$5864 + 234 \quad \square \quad 5864 + 456 \quad \square \quad 3864 + 456 \quad \square \quad 3456 + 864$$

$$7563 - 1327 \quad \square \quad 7563 - 1458 \quad \square \quad 5748 - 1458 \quad \square \quad 6748 - 2458$$

$$987 \cdot 13 \quad \square \quad 9870 \cdot 13 \quad \square \quad 987 \cdot 260 \quad \square \quad 9870 \cdot 260$$

$$2450 : 23 \quad \square \quad 245 : 23 \quad \square \quad 2450 : 230 \quad \square \quad 2450 : 460$$

5. Határozd meg az eredményeket, ha tudjuk, hogy
 $2345 + 567 = 2912$ és $87 \cdot 96 = 8352$

$$2300 + 45 + 560 + 7 =$$

$$2345 + 0 + 577 =$$

$$567 + 2345 =$$

$$5670 + 23450 =$$

$$87 \cdot 0 \cdot 96 =$$

$$87 \cdot 1 \cdot 96 =$$

6. Határozd meg a műveletek sorrendjét! Számítsd ki a műveleteket! Lépésenként írd le a részeredményeket is!

$$\bigcirc \quad \bigcirc$$

$$8 \cdot (3 + 4) =$$

$$\bigcirc \quad \bigcirc$$

$$8 \cdot 3 + 4 =$$

$$\bigcirc \quad \bigcirc \quad \bigcirc$$

$$8 \cdot 3 + 8 \cdot 4 =$$

$$\bigcirc \quad \bigcirc \quad \bigcirc$$

$$8 + 3 \cdot 8 + 4 =$$

$$\bigcirc \quad \bigcirc$$

$$6 \cdot (9 - 4) =$$

$$\bigcirc \quad \bigcirc$$

$$6 \cdot 9 - 4 =$$

$$\bigcirc \quad \bigcirc \quad \bigcirc$$

$$6 \cdot 9 - 6 \cdot 4 =$$

$$\bigcirc \quad \bigcirc \quad \bigcirc$$

$$6 + 3 \cdot 6 - 4 =$$

7. Mi kerül a helyére? Írj rész számítást is! Ellenőrizd!

$$(\Delta + 2) \cdot 8 = 48$$

$$\Delta =$$
 Ell.:

$$\Delta + 2 \cdot 8 = 48$$

$$\Delta =$$
 Ell.:

$$2 + \Delta \cdot 5 = 32$$

$$\Delta =$$
 Ell.:

8. Töltsd ki a négyzetet!

17	+		=	
+		+		+
14	+		=	22
=		=		=
	+		=	59

9. Dani kistestvére 3150 g-mal és 51 cm-rel született. Hány gramm most, ha a születése óta eltelt 62 nap alatt 1240 g-mal nőtt a tömege?

3. témakör: Egész számok

1. Az egész számok halmazába tartoznak a természetes számok (pozitív egészek és a 0) és a negatív egész számok. Az egész számok halmazát „ $\mathbb{Z}$ ” betűvel jelöljük. A negatív számok elé mindenképpen kerül „-”, mínusz **előjel**. A **pozitív** számok elé **nem minden esetben tesszük ki** a „+” plusz előjelet. A 0 különleges, mert nem negatív és nem pozitív, előjele nincs.

Pl.: -4 = mínusz 4, $+4$ = plusz 4, 4 = plusz 4, nem tettük ki a „+” jelet.

A hétköznapi életben a negatív számokat gyakran a pozitív értékek ellentettjeként értelmezzük.

Pl.: Előre lép 5-öt = $+5$, hátra lép 5-öt = -5 ;

Kaptam 500 Ft-ot = $+500$, kifizettem 500 Ft-ot = -500 ;

Tengerszint felett 10 méterrel = $+10$, tengerszint alatt 10 méterrel = -10 ;

Indulás után 2 perccel = $+2$, indulás előtt 2 perccel = -2 ;

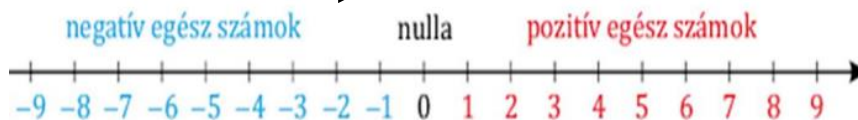
Nőtt a hőmérséklete 7°C -kal = $+7$, csökkent a hőmérséklete 7°C -kal = -7 .

2. Ahogy a pozitív, úgy a negatív számokból is végtelen sok van. Egy pozitív szám ellentettje negatív szám és fordítva a negatív szám ellentettje pozitív szám. Az ellentettet „- ()” jelöli.

Pl.: $+3$ ellentettje -3 jelekkel: $-(+3) = -3$

-6 ellentettje $+6$ jelekkel $-(-6) = +6 = 6$

3. Számegyenesen a 0-tól jobbra vannak a pozitív számok és balra a negatív számok. A számegyenesen az értékek balról jobbra haladva növekednek.

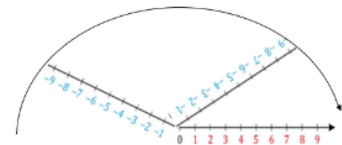


A -8 nagyobb, mint a -9 . A számegyenesen is a -8 jobbra van a -9 -től. A -1 a legnagyobb negatív egész szám, mert tőle jobbra a 0 áll, ami nagyobb, mint a -1 .

4. Számok **abszolút értéke** megmutatja a számegyenesen egy szám 0-tól való távolság. A számegyenesen a $+2$ és a -2 is két egységnyire van, ezért abszolút értékük mindkettőnek 2.

Jelölése: $|-2| = 2$, $|+2| = 2$. Olvasása: mínusz 2 abszolút értéke 2, plusz 2 abszolút értéke 2.

Az abszolút érték mindig pozitív, tehát pontosan $|-2| = +2$, $|+2| = +2$, csak a „+” jelen nem mindig írjuk ki. $|0| = 0$, mivel 0 távolságra van önmagától a számegyenesen. Tulajdonképpen a számegyenes negatív oldalát átfordítjuk (tükrözzük) a pozitív oldalra.



5. Nagyság szerinti **sorrendbe rendezésnél** a számegyenes követjük növekedésnél balról jobbra haladva. Pl.: $-8 < -5 < -1 < 0 < +1 < 3 < 6$ Csökkenésnél fordítva: $+9 > 4 > 0 > -2 > -7$.

Ha az összehasonlításnál szerepel az ellentett, vagy az abszolút érték, akkor először meghatározzuk az értékét és azután hasonlítunk.

Pl.: Tedd ki a megfelelő relációs jelet! $-(+5)$ vagy $+3$ esetén $-(+5) = -5$ a -5 -öt és a $+3$ -at hasonlítjuk, aminél a jó megoldás $-5 < +3$, mivel a számegyenesen a növekedés jobbra van.

$+7$	$+7$
$ +7 $	$ +7 $

-5	$+3$
$-(+5)$	$< +3$

6. **Egész számok összeadása:** Játék során készpénzt $\bigcirc(+1)$ és adósságot $\square(-1)$ kap a játékos.

- Peti kapott $\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc$ és még $\bigcirc\bigcirc$, így lett $\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc$.
 $(+4) + (+2) = (+6)$.
- Bea kapott $\square\square\square$ és még $\square$, így lett $\square\square\square\square$.
 $(-3) + (-1) = (-4)$.
- Zoli kapott $\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc$ és még $\square$, így lett $\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc$,
 $(+5) + (-1) = (+4)$
mert $\bigcirc\square = 0$.
- Anna kapott $\square\square\square\square$ és még $\bigcirc\bigcirc\bigcirc$, így lett $\square$,
 $(-4) + (+3) = (-1)$,
mert $\square\square\square\bigcirc\bigcirc\bigcirc$ -t lehúzzunk $= 0$.

7. **Egész számok kivonása:**

- Petinek volt $\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc$ és oda kellett adnia $\bigcirc\bigcirc\bigcirc$, így lett $\bigcirc$.
Lehúzással: $\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc = \bigcirc$
 $(+4) - (+3) = (+1)$.
- Beának volt $\square\square\square$ és oda adott $\square$, így lett $\square\square$.
Lehúzással: $\square\square\square$.
 $(-3) - (-1) = (-2)$.
- Zolinak volt $\bigcirc\bigcirc\bigcirc$ és adnia kellett $\square$, ezért felvett $\bigcirc\square = 0$. Így a vagyona nem változott, de oda tudott adni $\square$ -t.
 $\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc = \bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc$.
 $(+3) - (-1) = (+4)$. Kivonás ellenére is nőtt a vagyona.
- Annának volt $\square\square\square\square\square$ és még adnia kellett $\bigcirc\bigcirc$. Ezt úgy tette meg, hogy felvett $\bigcirc\bigcirc\square\square = 0$. Így a vagyona nem változott, de oda tudta adni a $\bigcirc\bigcirc$ -t.
 $\square\square\square\square\square\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc = \square\square\square\square\square\square$.

8. **Egész számok szorzása, osztása:** Elsőként a végeredmény előjelét döntjük el. A „+” nem változtat semmit. A „-” az ellentettjére változtatja a végeredményt.

Pl.: $(+3) \cdot (+2) = (+6)$ $(-3) \cdot (+2) = (-6)$ $(+3) \cdot (-2) = (-6)$ $(-3) \cdot (-2) = (+6)$

Két „-” jel (az ellenkező ellentettje) plusz marad, nem változik. Pl.: $(-3) \cdot (-2) = (+6)$.

Több tényező esetén a „-” jeleket kell figyelni. Párosával „+”-t eredményeznek.

Pl.: $(-2) \cdot (-5) \cdot (-3) \cdot (+4) = (-120)$, mert $- - = +$ $- - = +$

Osztásnál ugyanígy van a szabály. pl.: $(+24) : (-8) = (-3)$ $(-24) : (-8) = (+3)$

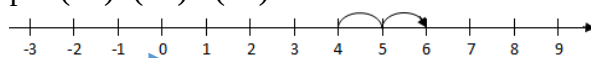
$(+30) : (-3) : (-5) = (+2)$

Egész számok összeadása számegyenesen:

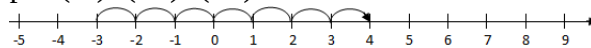
Kiindulási pont az első tag.

- Ha pozitív számot adunk hozzá, akkor jobbra lépünk:

pl.: $(+4) + (+2) = (+6)$

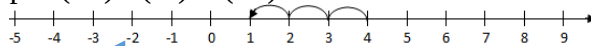


pl.: $(-3) + (+7) = (+4)$

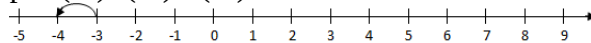


- Ha negatív számot adunk hozzá, akkor balra lépünk.

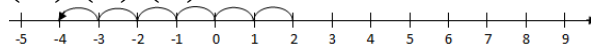
pl.: $(+4) + (-3) = (+1)$



pl.: $(-3) + (-1) = (-4)$



pl.: $(+2) + (-6) = (-4)$

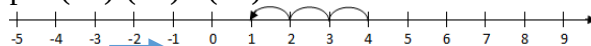


Egész számok kivonása számegyenesen:

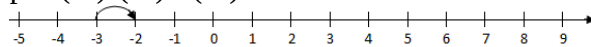
Kiindulási pont a kisebbítendő.

A kivonandó ellentettjének irányába megyünk.

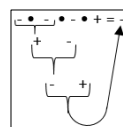
- pl.: $(+4) - (+3) = (+1)$



- pl.: $(-3) - (-1) = (-2)$



+	+	=	+
-	+	=	-
+	-	=	-
-	-	=	+



Gyakorló feladatok:

1. Írd le számmal a kifejezéseket!

5 lépést előre lép=

Kaptam a mamától 5000 forintot=

Lehül az idő 10 °C-ot=

A tengerszint felett 150 m-rel=

2. Ábrázold a számokat számegyenesen!

0; +3; -2; -5; |-4|; |+7|;



3. Tedd ki a megfelelő relációs jelet!

28

82;

|+8|

|-8|

-3

0;

|-4|

+4

-12

-43;

-5 ellentettje

+5 ellentettje

4. Rendezzük csökkenő sorrendbe a számokat! -20; +10; -5; +6; 0; -11

5. Mennyi a vagyona? Írd le számokkal is!

Petinek, ha ○○○○○□□=

Beának, ha ○○○□□□□□=

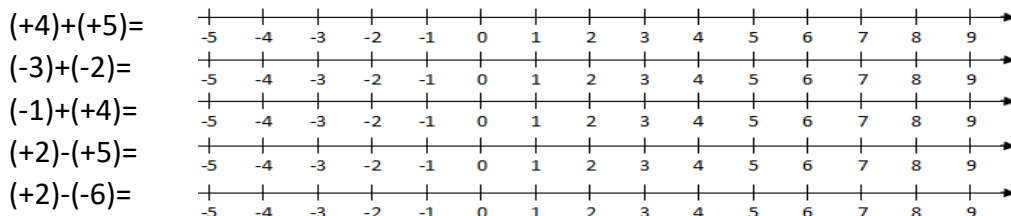
Mennyi lett a vagyona

Ákosnak, ha volt ○○○○○ és kapott ○○ -t? =

Gézának, ha volt □□□ és kapott ○○○-t =

Zsoltanak, ha volt ○○○○○○ és odaadott □□-t? =

6. Lépegetsz a számegyenesen a műveletnek megfelelően! Írd le a végeredményt!



7. Végezd el a műveleteket!

$$(-12)+(-8)=$$

$$(+10)+(+6)=$$

$$(-17)-(+2)=$$

$$(-9)-(-11)=$$

$$(+8) \cdot (+3)=$$

$$(-16):(-8)=$$

$$(-4) \cdot (-5) \cdot (+3)=$$

$$[(-5)+(+7)] \cdot (-2)=$$

$$-3-5+8+9=$$

$$(-357)+(+126)=$$

$$(-8)+(-4)=$$

$$(+15)+(-17)=$$

$$(+18)-(+2)=$$

$$(+5)-(-5)=$$

$$(-5) \cdot (+5)=$$

$$(+21):(-7)=$$

$$(-3) \cdot (+2) : (+1) \cdot (0)=$$

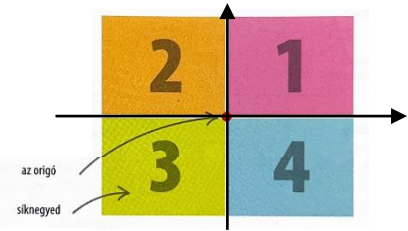
$$|-4| \cdot 3 =$$

$$10-(+6):2=$$

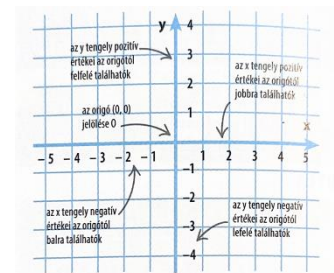
$$(-5400):(-90)=$$

4. témakör: Koordináta-rendszer

A koordináta-rendszer olyan matematikai eszköz, ahol két számegyenes egymásra merőlegesen van elhelyezve. A **vízszintes** tengely az **x** tengely, míg a **függőleges** tengely az **y** tengely. A számegyenesek egymást a 0 pontjukba metszi. Ezt a pontot a koordináta-rendszer **origó**jának nevezzük. A koordináta-rendszer számegyenesei a síkot 4 részre osztják. Ezeket síknegyedeknek nevezzük. (elhelyezkedésüket lásd az ábrán.)



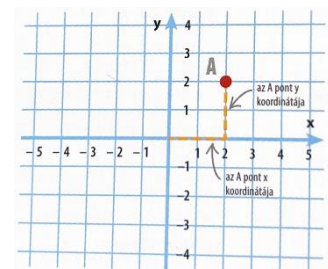
- Az 1. síknegyedben az x és y tengely pozitív tartománya található (+;+)
- a 2. síknegyedben az x negatív tartománya és a y pozitív tartomány található (-;+)
- a 3. síknegyedben az x és az y negatív tartománya található (-;-)
- a 4. síknegyedben az x pozitív és az y negatív tartománya található (+;-)



Koordináták: Rendezett számpárok pl. $(6; 3)$, amelyek megadják a pont helyzetét az origóhoz képest. Jelen példában az x tengelyen elmozdulunk 6-ot pozitív irányba (*jobbra*), majd függőlegesen az y tengely mentén haladunk 3-at szintén pozitív irányba (*felfelé*)

Magyarországon a koordináták közé mindig pontosvesszőt (;) teszünk, hogy ne keverjük össze a tizedestörttel.

Koordináták felvétele a koordináta-rendszerben: Először olvassuk ki a pont x (*első szám*) és y (*második szám*), és keressük meg helyüket a koordináta rendszerben. Az origóból kiindulva lépjük le az x koordináta értékét az x tengelyen, majd az y koordináta értékét az y tengelyen. Így megkapjuk a koordináta helyét.



Negatív koordináták esetén sem járunk el másként, csak az x koordinátákat az origótól balra, míg az y koordinátákat pedig lefelé keressük.

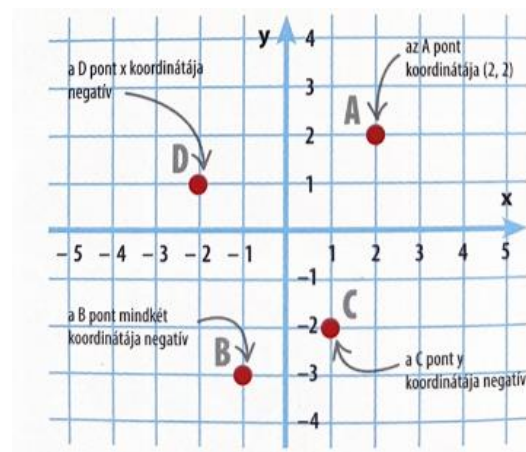
pl.: Legyen

$$A=(2;2);$$

$$B=(-1;-3);$$

$$C=(1;-2);$$

$$D=(-2;1)$$



Írd a kis képek alá, hogy hol vannak a nagy képen! Pl: A1



Írd le az egyes helyek koordinátáit!

B=(____;____)

H=(____;____)

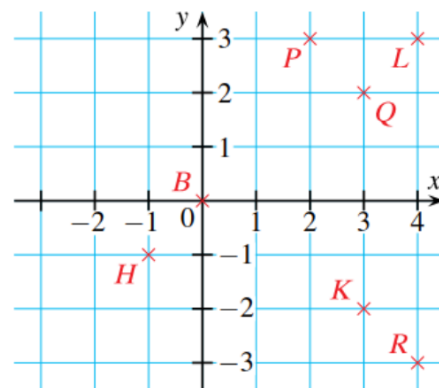
K=(____;____)

L=(____;____)

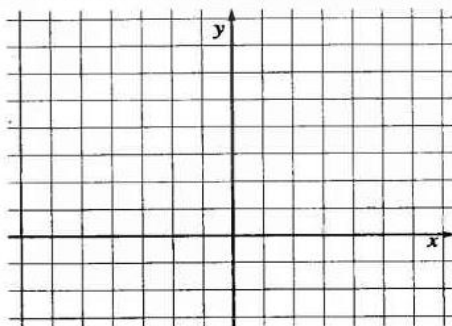
P=(____;____)

Q=(____;____)

R=(____;____)



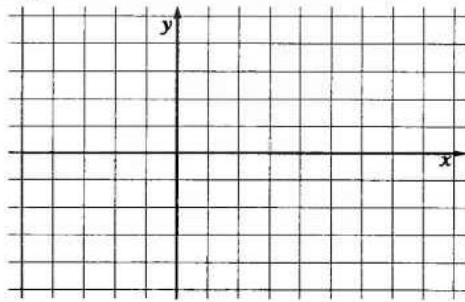
Ábrázold koordináta-rendszerben a következő pontokat, kösd össze!



$A(+5; -2)$; $B(0; +6)$; $C(-4; 0)$

Adj mindegyik pont első jelzőszámához (-2) -t! Ábrázold a kapott pontokat más színnel!

Helyezd el a koordináta-rendszerben a következő négy pontot:



$A(+6; +4); B(-4; +4);$
 $C(-1; -2); D(+3; -2).$

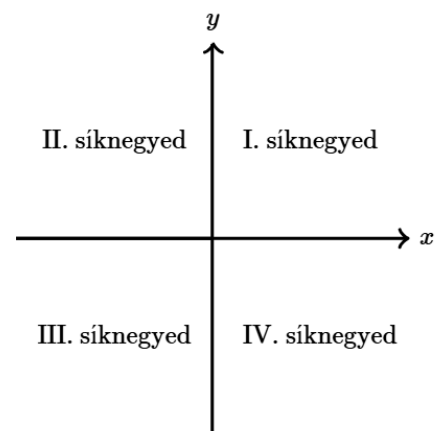
A pontok egy négyszög csúcspontjai.
 Milyen négyszöget kaptál? Hány
 egység a területe?

Az E pont x koordinátája nem nulla, y koordinátája negatív.

Hol helyezkedhet el az E pont a koordináta-rendszerben?

Válaszd ki a(z) 2 helyes megoldást:

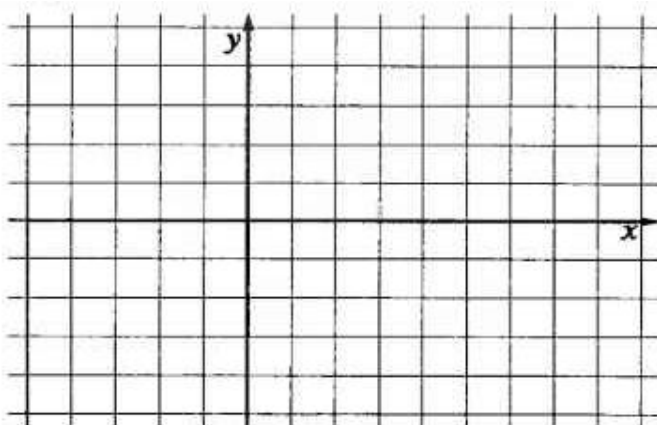
- a) I. síknegyed
- b) II. síknegyed
- c) III. síknegyed
- d) IV. síknegyed
- e) x tengely
- f) y tengely



Válaszd ki, hogy a zárójelben lévő megállapítás közül melyik teszi igazzá a mondatokat. A megfelelőt húzd alá!

Az A pont koordinátái: $(4; -3)$. Az A pont x koordinátája (**pozitív/negatív/nulla**), y koordinátája (**pozitív/negatív/nulla**), tehát a pont az (**I.; II.; III.; IV.**) síknegyedben van.

Ábrázold az alábbi pontokat a koordináta rendszerben! Ebben a sorrendben kösd össze őket!



$(0; -4) - (1; -2) - (3; -2) - (2; 0) -$
 $(3; 2) - (1; 2) - (0; 4) - (-1; 2) - (-3; 2)$
 $- (-2; 0) - (-3; -2) - (-1; -2) - (0; -4)$

5. Témakör: Mértékegységek

A mennyiségeknek két meghatározó része van. A mértékegység és a mérőszám. Ezek között fordított arányosság van. Minél nagyobb a mértékegység, annál kisebb a mérőszám és fordítva.



A mennyiségek mértékegységeinek nevében előforduló előtagok jelentése:

Előtag	jel	jelentés	Előtag	jel	jelentés
deka	dk	tízszeres	deci	d	tized
hekto	h	százszoros	centi	c	század
kilo	k	ezerszeres	milli	m	ezred
mega	M	milliószoros	mikro	μ	milliomod

Miket is tudunk mérni?

- I. **Hosszúság:** Hosszúság alatt azt értjük, hogy mekkora a távolság két pont között. (Két pont között a legrövidebb út az egyenes)
Például ha meg akarom tudni, hogy milyen magas vagyok, akkor a talpamtól a fejem búbjáig kell kihúzni a mérőszalagot.

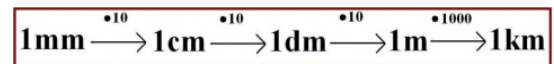


A hosszúság mérésének tehát az egyik eszköze a **mérőszalag**, de megmérhetjük **vonalzóval** is.



A hosszúság alapmértékegysége a **méter**, jele **m**.

További mértékegységei:



- A milliméter (mm), ami a méter ezred része, azaz 1 m 1000 mm-ből áll.
- A centiméter (cm), ami a méter század része, azaz 1 m 100 cm-ből áll.
- A deciméter (dm), ami a méter tized része, azaz 1 m 10 dm-ből áll.
- A kilométer (km), ami a méter ezerszerese, azaz 1 km 1000 m-ből áll.

Mértékegység-átváltás táblázattal

	km			m	dm	cm	mm
0	5	0	6	0	0	0	0
0	0	0	0	1	8	0	0
0	0	2	0	7	3	0	0

Első sor: 5km 60m = 5 060m = 50 600 dm = 506 000 cm = 5 060 000 mm

Második sor: 0,0018 km = 1,8m = 18 dm = 180 cm = 1 800 mm

Harmadik sor: 0,2073 km = 207,3m = 2 073 dm = 20 730 cm = 207 300 mm

- II. A terület:** A terület (jele: T) a síkidomok kiterjedését jellemző mennyiség, amely megmutatja, mekkora helyet foglal el az adott alakzat a síkon. Szemléletesen az a felület, amelyet lefedünk, és egységnégyzetekkel (pl. 1 cm^2) mérhető.

A terület alap mértékegysége a **négyzetméter**, jele: m^2

$$1 \text{ mm}^2 < 1 \text{ cm}^2 < 1 \text{ dm}^2 < 1 \text{ m}^2 < 1 \text{ a} < 1 \text{ ha} < 1 \text{ km}^2$$

· 100 · 100 · 100 · 100 · 100 · 100

További mértékegységek:

- A négyzetmilliméter (mm^2), ami a négyzetméter milliommód része, azaz 1 m^2 $1\,000\,000 \text{ mm}^2$ -ből áll.
- A négyzetcentiméter (cm^2), ami a négyzetméter tízezred része, azaz 1 m^2 $10\,000 \text{ cm}^2$ -ből áll.
- A négyzetdeciméter (dm^2), ami a négyzetméter század része, azaz 1 m^2 100 dm^2 -ből áll.
- A négyzetkilométer (km^2), ami a négyzetméter milliószorosa, azaz 1 km^2 $1\,000\,000 \text{ m}^2$ -ből áll.

Régi, a használatból már-már kikopott mértékegységek:

- ár (**a**), ami a négyzetméter százszorosa, azaz $1 \text{ a} = 100 \text{ m}^2$
- hektár (**ha**), ami a négyzetméter tízezerszerese, azaz $1 \text{ ha} = 10\,000 \text{ m}^2$

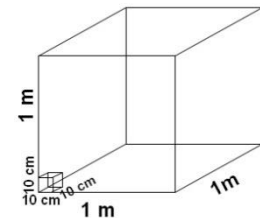
Mértékegység-átváltás táblázattal:

km^2		ha		a		m^2		dm^2		cm^2		mm^2
0	0	0	0	0	1	2	0	0	0	0	0	0
0	0	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Első sor: $12 \text{ m}^2 = 1\,200 \text{ dm}^2 = 120\,000 \text{ cm}^2 = 12\,000\,000 \text{ mm}^2$

Második sor: $7 \text{ ha} = 0,07 \text{ km}^2 = 700 \text{ a} = 70\,000 \text{ m}^2 = 7\,000\,000 \text{ dm}^2 = 700\,000\,000 \text{ cm}^2$

- III. Térfogat:** A térfogat (jele: V) a fizikai testek által a térben elfoglalt hely nagyságát kifejező mennyiség. Ez egy nemnegatív szám, amely a test kiterjedését írja le három dimenzióban. Alapmértékegysége a köbméter (m^3) **Az 1 méter oldalú kocka térfogata 1 m^3**



$$1 \text{ mm}^3 < 1 \text{ cm}^3 < 1 \text{ dm}^3 < 1 \text{ m}^3$$

· 1000 · 1000 · 1000

A térfogat alap mértékegysége a **köbméter**, jele: m^3

További mértékegységek:

- A köbmilliméter (mm^3), ami a köbméter milliárd része, azaz 1 m^3 $1\,000\,000\,000 \text{ mm}^3$ -ből áll.
- A köbcentiméter (cm^3), ami a köbméter milliommód része, azaz 1 m^3 $1\,000\,000 \text{ cm}^3$ -ből áll.
- A köbdeciméter (dm^3), ami a négyzetméter ezred része, azaz 1 m^3 $1\,000 \text{ dm}^3$ -ből áll.

Mértékegység-átváltás táblázattal:

térfogat	m^3			dm^3			cm^3			mm^3
	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0

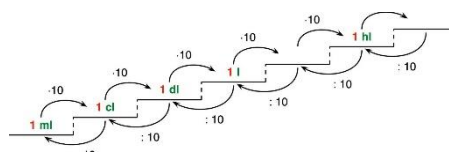
Első sor: $2 \text{ m}^3 = 2\,000 \text{ dm}^3 = 2\,000\,000 \text{ cm}^3 = 200\,000\,000 \text{ mm}^3$

- IV. Űrtartalom:** egy edény, tartály vagy térrész befogadóképességét jelenti, azaz megmutatja, mennyi folyadék, gáz vagy szemes anyag fér el benne. Alapmértékegysége a **liter (l)**

l	dl	cl	ml
liter	deciliter	centiliter	milliliter

További mértékegységei:

- A milliliter (ml), ami a liter ezred része, azaz 1 l 1000 ml-ből áll.
- A centiliter (cl), ami a liter század része, azaz 1 l 100 cl-ből áll.
- A deciliter (dl), ami a liter tized része, azaz 1 l 10 dl-ből áll.
- A hektoliter (hl), ami a liter ezerszerese, azaz 1 hl 100 l-ből áll.



Kapcsolat a térfogat és az űrtartalom között: A francia forradalom idején úgy döntöttek, hogy azt a folyadék mennyiséget tekintik 1 liternek, ami az 1 dm oldalhosszúságú kockában elfér. Így lett 1 liter = 1 dm³.

Mértékegység-átváltás táblázattal:

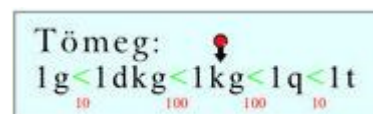
térfogat	m ³			dm ³			cm ³			mm ³
űrtartalom		hl		l	dl	cl	ml			
	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	6	0	0	0	0	0	0	0	0

Első sor: 2 l = 2 dm³ = 20 dl = 200 cl = 2 000 ml = 2 000 cm³

Második sor: 6 hl = 0,6 m³ = 600 l = 6 000 dl = 60 000 cl = 600 000 ml = 600 000 cm³

V. A tömeg: A tömeg a testeknek az egyik tulajdonsága. Ennek segítségével tudjuk megállapítani, hogy melyik test könnyebb, és melyik nehezebb.

A tömeg alapegysége a **gramm**, jele **g**.



További mértékegységei:

- A milligramm (mg), ami a gramm ezred része, azaz 1 g 1000 mg-ból áll.
- A dekagram (dkg), ami a gramm tízszerese, azaz 1 dkg 10 g-ból áll.
- A kilogramm (kg), ami a gramm ezerszerese, azaz 1 kg 1000 g-ból áll.

Ezen kívül persze még több mértékegysége is van a tömegnek:

- A mázsa (q), ami a kilogramm 100-szorosa, azaz 1 q = 100 kg
- A tonna (t), ami a kilogramm 1000-szerese, azaz 1 t = 1000 kg.

Mértékegységek átváltása táblázattal:

t	q		kg		dkg	g			mg
3	0	2	5	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	4	5	0	0	0

Az első sor: 3 t 25kg = 30,25 q = 3 025 kg = 302 500 dkg = 3 025 000 g

A második sor: 0,145 kg = 14,5 dkg = 145 g = 145 000 mg

VI. Az idő

Az idő alapegysége a másodperc , jele: s (a latin <i>secundum</i> szóból).	Köztük a váltószám 60, tehát 1 perc az 60 másodperc.
A másodperc után következő mértékegység a perc , jele: min (a latin <i>minutum</i> szóból).	

A perc után következik az **óra**, jele: **h** (a latin *hora* szóból).

A perc és az óra között a váltószám **60**, tehát **1 óra az 60 perc**.

Az időnek nagyobb mértékegységei is vannak:

- **1 nap = 24 óra**
- **1 hét = 7 nap**
- **1 év = 365 nap (szökőév esetén 366 nap) = 12 hónap = 52 hét**



Az idő mértékegységeinek átváltása:

Ha a nagyobb mértékegységből kisebb mértékegységre váltunk, akkor a mérőszámot **szorozzuk** a váltószámmal. Tehát ha például meg akarjuk tudni, hogy hány másodpercből áll öt perc, akkor a 60-at meg kell szoroznunk 5-tel. Vagyis: $5 \cdot 60 = 300 \Rightarrow$ Tehát 5 perc az 300 másodperc.

Átváltáskor osztást használunk, ha a kisebb mértékegységet kell nagyobbra alakítani. Ilyenkor használhatunk tört alakot is, csak oda kell figyelni az egyszerűsítésre!

Például megesik velünk az, hogy 45 percünk marad már csak valaminek az elvégzésére. Tudjuk, hogy a 45 perc az nem egészen 1 óra, hiszen egy óra az 60 percből áll. De akkor hány órát jelent 45 perc?

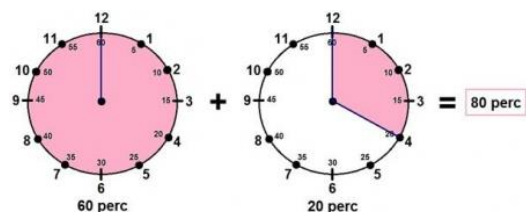
Ezt úgy tudjuk kiszámolni, hogy a perc számértékét, vagyis a 45-öt elosztjuk 60-nal, a perc és az óra váltószámával.

Tehát: $\frac{45}{60} = \frac{3}{4} = 0,75 \text{ h} \Rightarrow$ Vagyis háromnegyed óránk maradt a dolog elvégzésére.



Az is előfordulhat, hogy például 80 percet kell átváltani órába. Ezt is megtehetjük, hogy törtet képezünk.

Azaz $\frac{80}{60} = 1\frac{1}{3} \text{ h} = 1 \text{ egész} + (1:3) = 1,3 \text{ h}$



5. témakör: Mértékegységek feladatok

1. feladat: Pótold a hiányzó mérőszámokat és mértékegységeket!

- | | |
|------------------------------|--|
| a) 4 m = _____ cm | l) 800 ml = _____ dl |
| b) 6 km = _____ m | m) 3 l 20 dl = _____ dl |
| c) 350 cm = _____ m | n) 2 óra = _____ perc |
| d) 2 m 40 cm = _____ cm | o) 150 perc = _____ óra _____ perc |
| e) 7 km 300 m = _____ m | p) 1 nap = _____ óra |
| f) 5 kg = _____ g | q) 3 óra 20 perc = _____ perc |
| g) 2500 g = _____ kg | r) 180 másodperc = _____ perc |
| h) 3 kg 400 g = _____ g | s) 1 m ² = _____ cm ² |
| i) 7800 g = _____ kg _____ g | t) 4 m ² = _____ cm ² |
| j) 6 l = _____ dl | u) 25000 cm ² = _____ m ² |
| k) 2 l 5 dl = _____ dl | v) 3 m ² 5000 cm ² = _____ cm ² |

2. feladat: Melyik a nagyobb? Tedd ki a megfelelő jelet (<, >, =)

- | | |
|----------------------|---|
| a) 5 m _____ 480 cm | d) 90 perc _____ 1 óra 20 perc |
| b) 2 kg _____ 2100 g | e) 2 m ² _____ 20000 cm ² |
| c) 7 dl _____ 1 l | f) 10 l _____ 10 dm ³ |

3. feladat:

A táblázat négy mozi műsorát tartalmazza.

Moziműsor		
Film címe	Kezdési időpont	Film hossza
Barátom, a pingvin	10 óra 30 perc	105 perc
Holle anyó	fél 11	120 perc
A hercegnő és a béka	10 óra 45 perc	90 perc
Pandák	negyed 12	45 perc

Karikázd be a helyes válasz betűjelét!

- a) Melyik két film kezdődik ugyanabban az időpontban?
 A) Holle anyó B) Pandák C) Barátom, a pingvin D) A hercegnő és a béka
- b) Melyik film fejeződik be pontosan 12 órakor?
 A) Holle anyó B) Pandák C) Barátom, a pingvin D) A hercegnő és a béka
- c) Mennyivel előbb kezdődik A hercegnő és a béka című film, mint a Pandák?
 A) 25 perccel B) negyedórával C) fél órával D) több mint fél órával
- d) Mely filmek hosszabbak másfél óránál? Több jó válasz is van.
 A) Holle anyó B) Pandák C) Barátom, a pingvin D) A hercegnő és a béka

4. feladat: Számolj!

- a) $3 \text{ m} + 60 \text{ cm} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}$
- b) $2 \text{ kg} + 800 \text{ g} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ g}$
- c) $5 \text{ l} - 3 \text{ dl} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ dl}$
- d) $1 \text{ km} - 200 \text{ m} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ m}$
- e) $2 \text{ óra} + 45 \text{ perc} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ perc}$
- f) $2 \text{ m}^2 - 20 \text{ dm}^2 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}^2$

5. feladat: Egy túrán a gyerekek délelőtt 2 km 400 m, délután pedig 1 km 600 m utat tettek meg.

- a) Hány métert mentek összesen?
- b) Hány kilométert mentek összesen?

6. feladat – Egy boltba érkezett egy 5 kg-os lisztes zsák. A boltban eladtak belőle 1800 g lisztet.

- a) Mennyi liszt maradt grammban?
- b) Mennyi liszt maradt kilogrammban?

7. feladat: Egy kancsóban 3 liter narancslé van. A gyerekek megisznak 7 dl-t.

- a) Mennyi marad deciliterben?
- b) Mennyi marad literben?

8. feladat Egy téglalap alakú kert hossza 8 m, szélessége 5 m.

- a) Mennyi a kert területe m^2 -ben?
- b) Mennyi a kert területe cm^2 -ben?

6. témakör:Törtek

Mit is jelent a tört?

A tört azt mutatja meg, hogy az egész valaminek a **hányadik részéről** beszélünk.

Képzeld el: Ha eladsz egy pizzát 8 egyenlő szeletre, és megeszel 3 szelet pizzát, akkor az $\frac{3}{8}$ (3 nyolcad) pizzát ettél meg.

Tört Írása és Olvasása

A tört három részből áll: számláló, törtvonal, nevező

- **Számláló** (felül): Hány rész van? (hányat vettem/használtam)
- **Törtvonal:** Az osztásjelet helyettesít
- **Nevező** (alul): Hány egyenlő részre van osztva az egész?

Olvasása: $\frac{3}{8}$ = „3 nyolcad” (a számlálót „normálisan”, a nevezőt pedig „od”, „ed”, „ad” végzettel)

Tört	Olvassuk így	Mit jelent?
$\frac{1}{2}$	egy ketted	az egész fele
$\frac{1}{4}$	egy negyed	az egész negyede
$\frac{3}{5}$	három ötöd	3 rész az 5-ből
$\frac{2}{3}$	két harmad	2 rész a 3-ból

Tört Értelmezése Színezéssel

Hogyan mutatjuk meg a törtet? **Rajzolunk egy alakzatot, majd a megfelelő részt kiszínezzük.**

Feladat: Rajzolj egy téglalapot, oszd 4 egyenlő részre, és színezz ki 3 részt!

$$\text{Színezett rész} = \frac{3}{4}$$

Szabály:

- A nevező mondja meg, hány **egyenlő** részre kell osztani
- A számláló mondja meg, hányat kell kiszínezni

1-nél Nagyobb Törtek Értelmezése Színezéssel

Ha a számláló nagyobb, mint a nevező, akkor több, mint 1 egészünk van.

Feladat: Rajzolj három kört, oszd mindegyiket 4 egyenlő részre, majd színezz ki 11 részt!

Ez $\frac{11}{4}$ törtet jelent.

Mit jelent? Az egészből több van, mint 1 darab. Ilyenkor azt mondja, hogy a tört **1-nél nagyobb**.

Tört Részeinek Megnevezése és Értelmezése

Amikor a $\frac{5}{8}$ törtet nézzük:

- **Számláló (5):** Azt jelenti, hogy **5 rész** dolgunk van
- **Nevező (8):** Az egész **8 egyenlő részre** van osztva
- **Törtvonal:** Az osztás jele

Fontos: A nevező **sosem lehet 0**, mert nem lehet 0 részre osztani!

Tört Helye a Számegyenesen – 1-nél Kisebb Tört

Ha a tört 1-nél kisebb (a számláló kisebb, mint a nevező), akkor a számegyenesen **0 és 1 között** van.

$$0 \mid \frac{1}{4} \mid \frac{2}{4} \mid \frac{3}{4} \mid 1$$

Szabály:

- Oszd fel a 0 és 1 közötti távolságot **annyi részre, ahány a nevező**
- A számlálónak megfelelő részhez lépj el

1-nél Nagyobb Tört Helye a Számegyenesen

Ha a tört 1-nél nagyobb, akkor túlmegy az 1-en.

$$0 \mid 1 \mid \frac{5}{4} \mid 2 \mid \frac{11}{4} \mid 3$$

Feladat: Hol van a $\frac{7}{3}$ a számegyenesen?

Megoldás: $7 \div 3 = 2$ egész, marad **1**, tehát $\frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$ (2 és $\frac{1}{3}$)

Egészek Felírása Tört Alakban

Az **egész számok is felírhatók törtként!**

Egész szám	Tört alakban	Más tört alakok
1	$\frac{1}{1}$	$\frac{2}{2}, \frac{3}{3}, \frac{4}{4}$
2	$\frac{2}{1}$	$\frac{4}{2}, \frac{6}{3}, \frac{8}{4}$
3	$\frac{3}{1}$	$\frac{6}{2}, \frac{9}{3}, \frac{12}{4}$

Vegyes Törtek Helye a Számegyenesen

A **vegyes tört** egy egész szám és egy 1-nél kisebb tört összege.

Jelölés: $2\frac{3}{5}$ = 2 egész és 3 ötöd

$$0 \mid 1 \mid 2 \mid 2\frac{1}{5} \mid 2\frac{2}{5} \mid 2\frac{3}{5} \mid 3$$

Helyzete: Az egész szám után, de az egész szám után csak a törtrész lehet (0 és 1 között).

Egyenlő Nevezőjű Törtek Összehasonlítása

Ha a **nevező (alsó szám) ugyanaz**, akkor csak a **számlálót (felső szám)** kell összehasonlítani!

$$\frac{2}{5} < \frac{4}{5} < \frac{5}{5}$$

Szabály: Egyenlő nevezőknél **nagyobb számláló = nagyobb tört**

Tört	Ábra	Összehasonlítás	Indoklás
$\frac{1}{8}$	1 rész az 8-ból	$\frac{1}{8} < \frac{3}{8}$	1 < 3, ezért kevesebb
$\frac{3}{8}$	3 rész az 8-ból		

Egyenlő Számlálójú Törtek Összehasonlítása

Ha a **számláló (felső szám) ugyanaz**, akkor az **alsó szám** határozza meg, melyik nagyobb.

Fontos szabály: Nagyobb nevező = kisebb tört (mivel több részre osztottuk!)

$$\frac{1}{2} > \frac{1}{4} > \frac{1}{8}$$

Miért? A pizza 2 szeletre osztva nagyobb szelet, mint ha 4-re osztanánk, vagy ha 8-ra osztanánk.

Tört és Egészek Közötti Relációs Jelek Használata

A **relációs jelek** (< , > , =) azt mutatják meg, hogy két szám közül melyik nagyobb.

Szabályok:

- Ha a számláló **kisebb**, mint a nevező: a tört < 1 (például: $\frac{3}{5} < 1$)
- Ha a számláló **egyenlő** a nevezővel: a tört = 1 (például: $\frac{5}{5} = 1$)
- Ha a számláló **nagyobb**, mint a nevező: a tört > 1 (például: $\frac{7}{4} > 1$)

Tört	Összehasonlítás	Indoklás
$\frac{2}{7}$	$\frac{2}{7} < 1$	2 < 7
$\frac{6}{6}$	$\frac{6}{6} = 1$	6 = 6
$\frac{9}{4}$	$\frac{9}{4} > 1$	9 > 4

Tört Bővítése/Egyszerűsítése - Adott Számmal

Bővítés

Bővítés: Szorozzuk meg a számlálót és a nevezőt ugyanazzal a számmal.

$$\frac{2}{3} = \frac{2 * 4}{3 * 4} = \frac{8}{12}$$

Mi az értelme? Az értéke **nem változik**, csak **másféleképpen írjuk fel**.

Szabály: A bővítéskor az **érték ugyanaz marad**, de több részre osztjuk az egészt.

Egyszerűsítés

Egyszerűsítés: Osztjuk a számlálót és a nevezőt ugyanazzal a számmal.

$$\frac{8}{12} = \frac{8 \div 4}{12 \div 4} = \frac{2}{3}$$

Mi az értelme? Az értéke **nem változik**, de **egyszerűbb alakra** hozzuk.

Eredeti tört	Szorunk/Osztunk	Végeredmény
$\frac{3}{4}$	$* 2$	$\frac{6}{8}$
$\frac{6}{8}$	$\div 2$	$\frac{3}{4}$

Table 5: Bővítés és egyszerűsítés

Tört Egyszerűsíthetőségének Megtalálása - Legegyszerűbb Alakra Hozása

Közös osztó: Azok a számok, amivel a számlálót és a nevezőt egyaránt osztani tudjuk.

Feladat: Hozd legegyszerűbb alakra a $\frac{12}{18}$ törtet!

$$\frac{12}{18} = \frac{12 \div 2}{18 \div 2} = \frac{6}{9} = \frac{6 \div 3}{9 \div 3} = \frac{2}{3}$$

Leggyorsabb módszer: Használd a **legnagyobb közös osztót (LKO)**!

- 12 osztói: 1, 2, 3, 4, 6, 12
- 18 osztói: 1, 2, 3, 6, 9, 18
- Közös osztók: **1, 2, 3, 6**
- **Legnagyobb közös osztó: 6**

$$\frac{12}{18} = \frac{12 \div 6}{18 \div 6} = \frac{2}{3}$$

Szabály: Addig egyszerűsítünk, amíg már nem lehet tovább. Ez a **legegyszerűbb alak**.

Két Tört Közös Nevezőjének Megtalálása

Ha két törtnek **különböző** a nevezője, akkor **közös nevezőre** kell hozni, hogy össze tudjuk őket hasonlítani.

Feladat: Találd meg a közös nevezőt: $\frac{2}{3}$ és $\frac{1}{4}$

1. módszer: Szorzás

A közös nevező a két nevező szorzata: $3 * 4 = 12$

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{8}{12}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{3}{12}$$

2. módszer: Legkisebb közös többszörös (LKKT)

- 3 többszörösei: 3, 6, **9**, 12, 15, 18...
- 4 többszörösei: 4, 8, **12**, 16, 20...
- **Legkisebb közös többszörös: 12**

Eredmény: Mindkét tört közös nevezője 12.

Törtek Összehasonlítása Közös Nevezőre Hozással

Ha a törtek **különböző** nevezővel rendelkeznek, akkor **közös nevezőre** hozunk, majd összehasonlítjuk.

Feladat: Melyik nagyobb: $\frac{3}{4}$ vagy $\frac{5}{6}$?

1. lépés: Közös nevező megtalálása

- Közös nevező: 12

2. lépés: Bővítés

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{9}{12}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{10}{12}$$

3. lépés: Összehasonlítás

$$\frac{9}{12} < \frac{10}{12}$$

Válasz: $\frac{5}{6} > \frac{3}{4}$

Eltérő Nevezőjű Törtek Helye Közös Számegyenesen

Amikor **közös számegyenesen** szeretnénk több törtöt megjeleníteni, akkor **közös nevezőre** hozzuk őket.

Feladat: Helyezd el a $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ törtet közös számegyenesen!

Közös nevező: 12

$$\frac{1}{2} = \frac{6}{12}, \frac{2}{3} = \frac{8}{12}, \frac{3}{4} = \frac{9}{12}$$

Számegyenes:

$$0 \mid \frac{6}{12} \mid \frac{8}{12} \mid \frac{9}{12} \mid 1$$

Vagy az eredeti alakban:

$$0 \mid \frac{1}{2} \mid \frac{2}{3} \mid \frac{3}{4} \mid 1$$

Tört Felírása Vegyes Tört Alakban

Ha a törtnek nagyobb a számlálója, mint a nevezője, akkor **vegyes törtként** is felírhatjuk.

Feladat: Írd fel vegyes tört alakban: $\frac{11}{4}$

Módszer: Osztasos feladat

$$11 \div 4 = 2$$

$$\frac{11}{4} = 2\frac{3}{4}$$

Értelmezés: 2 egész pizza és még 3 negyedpizza

Általános képlet:

$$\frac{\text{számláló}}{\text{nevező}} = \text{egész rész} + \frac{\text{maradék}}{\text{nevező}}$$

Vegyes Tört Felírása Tört Alakban

Fordítva: A **vegyes törtöt vissza lehet alakítani** közöséges törtté.

Feladat: Írd fel tört alakban: $3\frac{2}{5}$

Módszer:

$$3\frac{2}{5} = \frac{3 * 5 + 2}{5} = \frac{15 + 2}{5} = \frac{17}{5}$$

Lépések:

1. Az egész szám szorozd meg a nevezővel: $3 * 5 = 15$
2. Adj hozzá a számlálót: $15 + 2 = 17$
3. Az eredmény lesz az új számláló, a nevező pedig marad ugyanaz: $\frac{17}{5}$

Szöveges Feladatok és Gyakorlás

Könnyű feladatok

1. Szétszínezz egy kört 8 egyenlő részre, és színezz ki 5 részt! Milyen törtöt kapsz?
2. Olvasd fel hangosan: $\frac{3}{7}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{7}{10}$
3. Add meg, hogy melyik nagyobb:
 - $\frac{2}{6}$ vagy $\frac{4}{6}$?
 - $\frac{1}{3}$ vagy $\frac{1}{5}$?

Közepes feladatok

4. Egyszerűsítsd: $\frac{6}{9}$, $\frac{8}{12}$, $\frac{10}{15}$
5. Bővítsd 2-vel: $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{5}{8}$
6. Írd fel vegyes tört alakban: $\frac{13}{4}$, $\frac{19}{6}$

Nehéz feladatok

7. Hozd közös nevezőre és hasonlítsd össze: $\frac{3}{4}$ és $\frac{2}{3}$
8. Helyezd el a számegyenesen: $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$
9. Írd fel tört alakban: $2\frac{3}{5}$, $1\frac{7}{8}$

7. téma: Alapműveletek törtekkel

1.) Törtek összeadása és kivonása

a) Egyenlő nevezőjű törteket úgy adunk össze, hogy a számlálót összeadjuk, az így kapott érték lesz az összeg számlálója, és az azonos nevezők pedig az összeg nevezője.

$$\text{Pl.: } \frac{5}{16} + \frac{3}{16} + \frac{4}{16} = \frac{5+3+4}{16} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$$

Jól jegyezd meg!

Műveletek elvégzése után a törtet a lehető legegyszerűbb alakra kell hozni.

b) Két egyenlő nevezőjű tört kivonásakor a kisebbítendő számlálójából kivonjuk a kivonandó számlálóját, az így kapott érték lesz a különbség számlálója, és az azonos nevezők pedig a különbség nevezője.

$$\text{Pl.: } \frac{9}{16} - \frac{7}{16} = \frac{9-7}{16} = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$$

c) Különböző nevezőjű törteket úgy adunk össze, illetve vonunk ki, hogy a törteket először azonos nevezőjűvé alakítjuk, majd az a) és b) pontban leírtak alapján végezzük el a műveletet.

$$\text{Pl.: } \frac{2}{3} + \frac{4}{5} = \frac{10}{15} + \frac{12}{15} = \frac{10+12}{15} = \frac{22}{15} = 1 \frac{7}{15}$$

$$\text{Pl.: } \frac{2}{3} - \frac{5}{12} = \frac{8}{12} - \frac{5}{12} = \frac{8-5}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

2.) Törtek szorzása

a) Tört szorzását egész számmal kétféleképpen is elvégezhetjük:

I. A tört számlálóját megszorozzuk az egész számmal, a nevezőt pedig változatlanul hagyjuk.

$$\text{Pl.: } \frac{7}{12} \cdot 4 = \frac{7 \cdot 4}{12} = \frac{28}{12} = \frac{7}{3} = 2 \frac{1}{3}$$

II. A tört nevezőjét elosztjuk az egész számmal (ha maradék nélkül osztható azzal), a számlálót pedig változatlanul hagyjuk.

$$\text{Pl.: } \frac{7}{12} \cdot 4 = \frac{7}{12:4} = \frac{7}{3} = 2 \frac{1}{3}$$

Jól jegyezd meg!

A szorzás elvégzése előtt is egyszerűsíthetünk, ha ez lehetséges

$$\text{Pl.: } \frac{7}{12_3} \cdot 4^1 = \frac{7 \cdot 1}{3} = \frac{7}{3} = 2 \frac{1}{3}$$

b) Egész számok szorzását törttel a tényezők elcserélhetősége miatt az a) pontban leírtakhoz hasonlóan végezhetjük el.

$$\text{Pl.: } 4 \cdot \frac{3}{7} = \frac{3}{7} \cdot 4 = \frac{3 \cdot 4}{7} = \frac{12}{7} = 1 \frac{5}{7}$$

c) Törtet törttel úgy szorzunk, hogy a számlálók szorzatát elosztjuk a nevezők szorzatával. (Számlálót a számlálóval, nevezőt a nevezővel megszorozzuk.)

$$\text{Pl.: } \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{7} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 7} = \frac{15}{28}$$

3.) Törtek osztása

a) Tört osztását egész számmal kétféleképpen is elvégezhetjük:

I. A tört számlálóját osztjuk az egész számmal (ha maradék nélkül osztható azzal), a nevező pedig változatlan marad.

$$\text{Pl.: } \frac{12}{5} : 3 = \frac{12:3}{5} = \frac{4}{5}$$

II. A tört nevezőjét megszorozzuk az egész számmal, a számlálót pedig változatlanul leírjuk.

$$\text{Pl.: } \frac{12}{5} : 3 = \frac{12}{5 \cdot 3} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$$

b) Törtet törttel úgy osztunk, hogy az osztandót megszorozzuk az osztó tört reciprokával.

$$\text{Pl.: } \frac{4}{5} : \frac{7}{9} = \frac{4}{5} \cdot \frac{9}{7} = \frac{4 \cdot 9}{5 \cdot 7} = \frac{36}{35} = 1 \frac{1}{35}$$

Reciprok (fordított) érték: valamely szám reciprok értéke az a szám, amellyel az eredeti számot megszorozva 1-et kapunk.

$$\text{Pl.: } \frac{4}{5} \text{ reciprok értéke: } \frac{5}{4}, \text{ mivel } \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{4} = 1$$

$$3 \text{ reciprok értéke } \frac{1}{3}, \text{ mivel } 3 \cdot \frac{1}{3} = 1$$

c) Egész számot törttel úgy osztunk, hogy az egész számot megszorozzuk az osztó reciprokával.

$$\text{Pl.: } 13 : \frac{2}{3} = 13 \cdot \frac{3}{2} = \frac{13 \cdot 3}{2} = \frac{39}{2} = 19 \frac{1}{2}$$

Vegyes törtekkel végzett műveletek:

Vegyesszámot tartalmazó művelet sor elvégzésekor először a vegyesszámot átalakítjuk törtté, majd alkalmazzuk a törteknél leírtakat.

$$\text{Pl.: } 3 \frac{1}{2} + \frac{4}{5} = \frac{7}{2} + \frac{4}{5} = \frac{35}{10} + \frac{8}{10} = \frac{43}{10} = 4 \frac{3}{10}$$

$$\frac{17}{3} - 4 \frac{1}{4} = \frac{17}{3} - \frac{17}{4} = \frac{68}{12} - \frac{51}{12} = \frac{17}{12} = 1 \frac{5}{12}$$

$$5 \frac{3}{7} \cdot 3 = \frac{38}{7} \cdot 3 = \frac{114}{7} = 16 \frac{2}{7}$$

$$2 \frac{1}{2} \cdot 3 \frac{2}{4} = \frac{5}{2} \cdot \frac{14}{4} = \frac{5 \cdot 7}{1 \cdot 4} = \frac{35}{4} = 8 \frac{3}{4}$$

$$3 \frac{2}{5} : 4 = \frac{17}{5} : 4 = \frac{17}{5 \cdot 4} = \frac{17}{20}$$

$$3 \frac{2}{5} : 1 \frac{3}{4} = \frac{17}{5} : \frac{7}{4} = \frac{17}{5} \cdot \frac{4}{7} = \frac{17 \cdot 4}{5 \cdot 7} = \frac{68}{35} = 1 \frac{33}{35}$$

7. témakör feladatai

Mindig a legegyszerűbb alakot add meg, és ha a tört nagyobb, mint 1, írd fel vegyes tört alakban!

a) $\frac{4}{9} + \frac{2}{9} =$

j) $\frac{5}{7} \cdot \frac{3}{10} =$

b) $\frac{1}{5} + \frac{2}{10} =$

k) $\frac{8}{12} \cdot \frac{9}{10} =$

c) $\frac{13}{14} - \frac{5}{14} =$

l) $\frac{5}{6} : \frac{1}{3} =$

d) $\frac{7}{8} - \frac{5}{12} =$

m) $\frac{20}{9} : \frac{5}{6} =$

e) $\frac{3}{4} - \frac{2}{5} =$

n) $1\frac{3}{8} - \frac{5}{8} =$

f) $\frac{4}{9} \cdot 3 =$

o) $\frac{7}{8} + 2\frac{5}{12} =$

g) $5 \cdot \frac{3}{8} =$

p) $3\frac{2}{5} \cdot 1\frac{3}{4} =$

h) $\frac{16}{3} : 4 =$

q) $3\frac{3}{4} : 2\frac{1}{2} =$

i) $\frac{11}{12} : 3 =$

8. téma: Tizedestörtek értelmezése

Helyiértékek a tizedestörteknél

Ezermillió vagy milliárd	Százmillió	tízmillió	millió	száz ezres	tíz ezres	ezres	száz	tíz	egyes	tized	század	ezred	tízezred	százezred	milliomod

egészrész
tizedesvessző
helye
törtrész

A tizedestört egy olyan tör, amelynek a nevezője 10, 100, 1000, 10000 stb.

Pl.: 3,47 (három egész negyvenhét század), ami helyiérték szerinti összegalakban felírva: 3 egyes + 4 tized + 7 század

A tizedestörtek írása, olvasása:

A tizedestörtek kiolvasásánál először az egészeket mondjuk ki, majd a tizedes vessző utáni számot az utolsó számjegy helyiértékével kiegészítve.

Pl. 539,2718 = ötszázharminckilenc egész kettőezer-hétszáztizennyolc tízezred
(539 egész 2718 tízezred)

0,059 = nulla egész ötvenkilenc ezred (0 egész 59 ezred)

8,67 = nyolc egész hatvanhét század (8 egész 67 század)

Tizedes törtek leírásánál ügyelni kell arra, hogy az egészek a tizedes vessző előtt legyenek, és a tört rész utolsó számjegye a megfelelő helyiértéken legyen.

pl. kettő egész öt század = 2,05

tizenhárom egész huszonnyolc ezred = 13,028

Bővítés:

Írjuk fel az alábbi helyiértékes bontásban szereplő tizedes törtet!

9 egyes + 2 tized + 5 század + 0 ezred + 0 tízezred = 9,2500

Ebben a számban azonban az ezred és a tízezred helyiértéken szereplő számok valódi értéke nulla, így ez a tizedes tört megegyezik az ismétlésben szereplő számmal.
9,2500 = 9,25

Tizedes törteket úgy bővítünk, hogy a tört rész végére annyi nullát írunk, amennyit szeretnénk.

36,2 = 36,20000

Így egész számokat is fel tudunk írni tizedes törtként, csak ki kell tenni a végére a tizedes vesszőt, és nullákat írni utána.

$$27 = 27,000$$

Egyszerűsítés

Tizedes törteket úgy egyszerűsítünk, hogy a törtész végéről annyi nullát veszünk le, amennyit tudunk.

$$\text{pl. } 20,0800 = 20,08 \text{ (itt a végén lévő két nullát tudtuk levenni)}$$

Összehasonlítás

a) Amennyiben az egész részek különbözőek, úgy a nagyobb egész résszel rendelkező tizedes tört a nagyobb.

$$\text{pl. } 5,3 > 2,7$$

b) Egyenlő egész rész esetén az első különböző tizedes rész dönti el, hogy melyik szám a nagyobb.

$$\text{pl. } 3,2 < 3,5$$

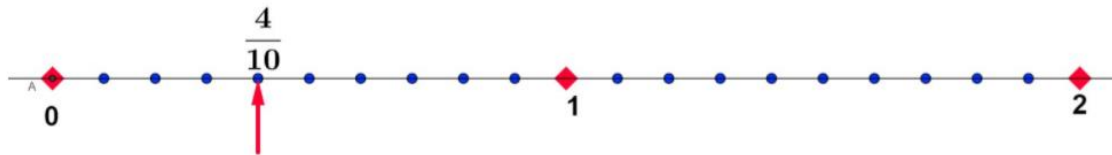
$$4,27 > 4,25$$

c) Különböző tizedesjegyű számokat úgy hasonlíthatunk össze, hogy kibővítjük a kisebb tizedesjegyű számot.

$$\text{pl. } 7,4 > 7,19, \text{ mert } 7,40 > 7,19$$

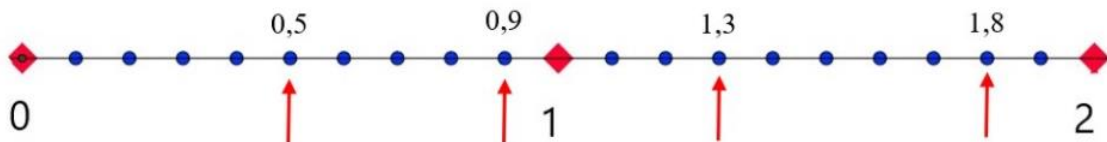
Tizedestörtek ábrázolása számegyenesen

A törtéknél tanultuk, hogy ha tizedeket akarunk ábrázolni, akkor az 1 egészet 10 egyenlő részre kell felosztani.



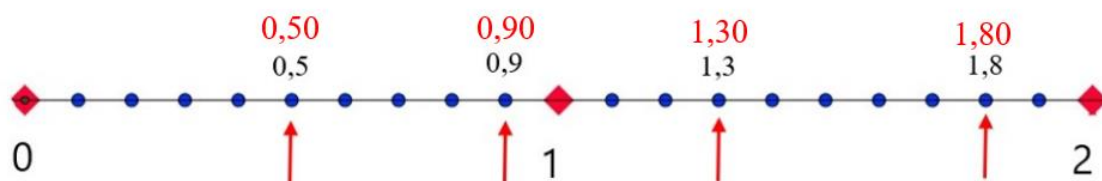
Tizedek ábrázolása

A fenti példában szereplő számot így is írhatjuk: 0,4. Azaz minden egyes kis beosztás egy tizedet jelöl.

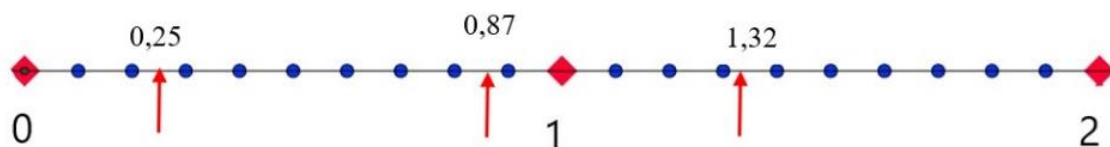


Századok ábrázolása

Ha a tizedes törteket le lehet egyszerűsíteni tizedekké, akkor egyszerű a feladatunk.



Ha nem egyszerűsíthető századokat szeretnénk számegyenesen ábrázolni, akkor 100 egyenlő részre kellene beosztani az 1 egészet. Ezt általában nem szoktuk megtenni, hanem az ilyen tizedestörtek helyét közelítő pontossággal adjuk meg.



Tört alakban írt számok tizedes tört alakja

Ismétlés

Egy tört nevezője megmutatja, hogy egy egészet hány egyenlő részre osztunk fel, a számláló pedig azt, hogy az egyenlő részekből hány darabot veszünk. Az $\frac{5}{7}$ jelentése: az egy egészet 7 egyenlő részre osztunk fel és az egyenlő részekből 5 darabot veszünk.

De jelentheti azt is, hogy 5 egészet 7 egyenlő részre osztunk fel. Ebből az következik, hogy a törtvonal az **osztás** műveletét helyettesíti.

Átalakítással

Ha egy törtet át akarunk alakítani tizedes tört alakba, akkor a számlálót kell elosztani a nevezővel.

$$\text{Pl. } \frac{2}{5} = 2 : 5 = 0,4$$

Ha tizedestörteket akarunk törtalakba írni, az eljárás a következő: a számlálóba írjuk a tizedesvessző elhagyásával nyert egész számot, majd megnézzük az eredeti szám legkisebb tizedesjegyének a helyiértékét, ez lesz a nevező.

$$\text{Pl.: } 0,5 = \frac{5}{10};$$

tized

$$10,52 = \frac{1052}{100};$$

század

$$3,825 = \frac{3825}{1000}$$

ezred

Tizedes törtek fajtái

Véges tizedes tört

Ha az osztás során nulla maradékot kapunk, akkor az osztás véget ér, és a kapott tizedes törtet **véges tizedes törtnek** nevezzük.

$$3 : 8 = 0,375$$

30
60
40
0

$$\frac{3}{8} = 0,375$$

Végtelen tizedes tört

Ha az osztás során a hányadosban mindig ugyanaz a számjegy ismétlődik, akkor az osztást végtelen sokáig lehetne folytatni, és a kapott tizedes törtet **végtelen tizedes törtnek** nevezzük. A végtelen tizedes törtet úgy jelöljük, hogy az ismétlődő számjegyet csak egyszer írjuk le, és fölé egy pontot teszünk. Ez jelzi a számjegy ismétlődését.

$$4 : 6 = 0,666..$$

40
40
40
4

$$\frac{4}{6} = 0,\dot{6}$$

Végtelen szakaszos tizedes tört

Ha az osztás során a hányadosban ugyanaz a számsor ismétlődik, akkor az osztást végtelen sokáig lehetne folytatni, és a kapott tizedes törtet **végtelen szakaszos tizedes törtnek** nevezzük. A végtelen szakaszos tizedes törtet úgy jelöljük, hogy az ismétlődő szakasz első és utolsó számjegye fölé teszünk egy-egy pontot.

$$5 : 7 = 0,714285714285...$$

50
10
30
20
60
40
50
10
30
20
60
40
5

$$\frac{5}{7} = 0,\dot{7}1428\dot{5}$$

Minden tört alakban felírt szám átalakítható véges vagy végtelen szakaszos tizedestörtté.

Írd a táblázatba a megfelelő helyiérték elnevezéseket!

tízes	egyes									Írd le betűvel a számokat! Hogyan olvasod ki?
	4	8								
5	0	7	6							
	1	0	2	1						
	0	0	0	5	0	7				
Írd le számjegyekkel a megfelelő helyiértékekre a betűvel írt számokat!										
										nulla egész nyolc tized
										egy egész három század
										hús egész tizenhárom ezred

Írd le tizedestört alakban, számjegyekkel!

három egész kilenc tized:

kettő egész nyolc század:

négy egész huszonhárom ezred:

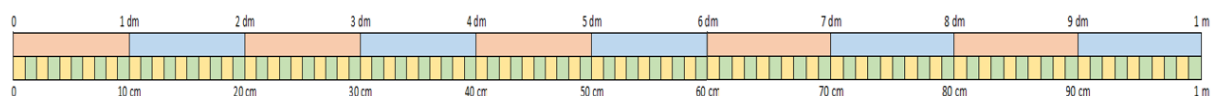
Írd le betűkkel!

$$6,2=$$

$$1,057=$$

Jelöld a méterrúdon illetve a vonalzón a mennyiségeket!

0,1 m; 0,6 m; 0,90m; 0,45m;



0,12m; 0,03m; 0,145m; 0,073m;



1,7dm; 1,7cm; 0,9dm; 0,9cm;

Keresd meg az egyenlőket és kösd össze! Karikázd be azokat, amelyekkel nincs egyenlő szám!

3,4	3,04	3,040	0,34
3,400	34,0	34	0,034
34,000	34,00	3,40	0,304

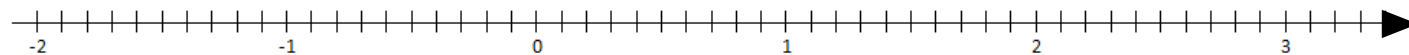
Tedd ki a megfelelő relációs jeleket!

1,2	0,7;	5,4	5,04;
3,05	3,32;	4,20	4,2;
-2,9	-2,5	-3,1	-31

Rendezd növekvő sorrendbe!

2,67 26,7 2,07 2,6 0,206 0,1 -2,67 -2,08

Ábrázold a számokat a számegyenesen!



0,7 -1,3 2,1 2,36 -1,72 0,05 1,543 1,006

Írd le a törtet tizedestört alakban, a tizedestörteket tört alakban!

$\frac{7}{10} =$	$3\frac{54}{100} =$	$\frac{1}{2} =$	$\frac{3}{5} =$
$\frac{3}{4} =$	$\frac{26}{8} =$	0,23 =	2,304 =

9. témakör: Műveletek tizedestörtekkel

Tizedestörtek összeadása és kivonása:

Tizedestörtek összeadásakor, illetve kivonásakor a tizedestörteket úgy írjuk egymás alá, hogy az azonos helyiértékű számjegyek egymás alá kerüljenek. A megadott műveletet úgy végezzük el, mint az egész számok körében, de a tizedesvesszőt az összegben, illetve a különbségben is ki kell tenni a megfelelő helyre.

$$\begin{array}{r} 13,59 \\ - 3,80 \\ \hline 9,79 \end{array} \quad \begin{array}{r} 13,59 \\ + 3,80 \\ \hline 17,39 \end{array}$$

Tizedestörtek szorzása, osztása 10-zel, 100-zal, 1000-rel stb.

a) Ha a tizedestörtet 10-zel, 100-zal, 1000-rel stb. szorozzuk, akkor a szorzatban a tizedesvesszőt annyi hellyel írjuk jobbra, ahány nulla van a szorzóban. A tizedesvesszőt elhagyhatjuk, ha közvetlenül a szám végére kerül. Ha nincs elég számjegy, a hiányzó jegyeket nullákkal pótolhatjuk.

$$\text{Pl.: } 37,682 \cdot 10 = 376,82$$

$$0,59 \cdot 100 = 59$$

$$263,68 \cdot 1000 = 263680$$

b) Ha tizedestörtet 10-zel, 100-zal, 1000-rel stb. osztjuk, akkor a hányadosban a tizedesvesszőt annyi hellyel írjuk balra, ahány nulla van az osztóban. Ha a tizedesvessző közvetlenül a szám elé kerül, akkor a tizedesvessző elé nullát írunk. Ha nincs elég számjegy, a hiányzó jegyeket nullákkal pótoljuk.

$$\text{Pl.: } 137,68 : 10 = 13,768$$

$$67,9 : 100 = 0,679$$

$$32,43 : 1000 = 0,03243$$

Tizedestörtek szorzása

a) Tizedestörtet egész számmal úgy szorzunk, mintha a tényezők egész számok lennének. Majd a szorzatban annyi tizedesjegyet jelölünk ki, amennyi a tizedestörtben van.

$$\begin{array}{r} \text{2 tizedes} \quad \text{1 tizedes} \\ \text{jegy} \quad \text{jegy} \\ 3,47 \cdot 24,5 \\ \hline 694 \\ 1388 \\ + 1735 \\ \hline 85,015 \\ \hline \text{2+1=3} \\ \text{tizedes jegy} \end{array}$$

b) Tizedestörtet tizedestörttel úgy szorzunk, mintha a tényezők egész számok lennének. Majd a szorzatban annyi tizedesjegyet jelölünk ki, amennyi a tényezőkben együttevve van.

$$\begin{array}{r} \boxed{\text{3 tizedesjegy}} \\ 34,563 \cdot 27 \\ \hline 69126 \\ +241941 \\ \hline 933,201 \\ \boxed{\text{3 tizedesjegy}} \end{array}$$

Tizedestörtek osztása

a) Tizedestörtet **egész számmal** úgy osztunk, mintha az osztandó is egész szám lenne. Amint a maradékhoz az első tizedesjegyet leírjuk, a hányadosban is kitesszük a tizedesvesszőt.

b) Tizedestörtet tizedestörttel úgy osztunk,

1. végezd el fejben a műveleteket!

$0,87+1,3=$

$12+0,05=$

$3,95+1,07=$

$3,6-0,6=$

$4,2-0,7=$

$2,7-1,5=$

$4,1 \cdot 10=$

$0,7 \cdot 4=$

$0,7 \cdot 40=$

$3,5 : 7=$

$4,2 : 0,6=$

$24 : 60=$

$5,68 \cdot 10=$

$5,68 \cdot 100=$

$5,68 \cdot 1000=$

$21,47 : 10=$

$21,47 : 100=$

$21,47 : 1000=$

2. Végezd el a műveleteket!

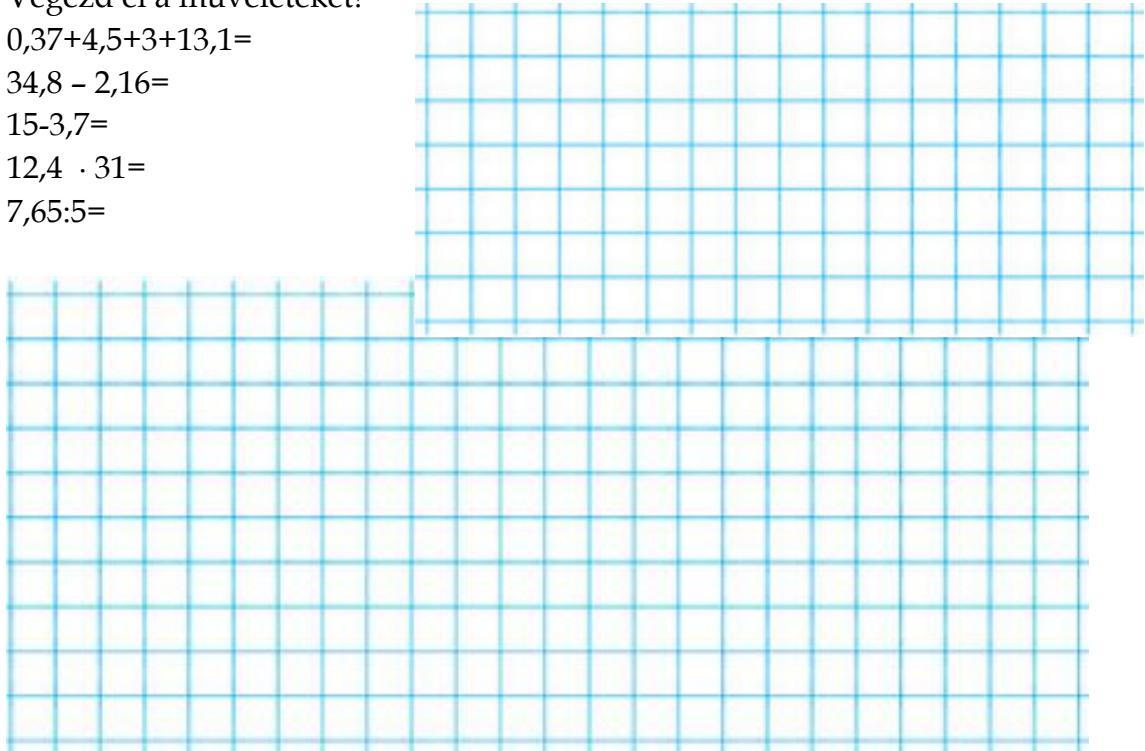
$0,37+4,5+3+13,1=$

$34,8 - 2,16=$

$15-3,7=$

$12,4 \cdot 31=$

$7,65:5=$



$47 \cdot 23=$

$4,7 \cdot 23=$

$0,47 \cdot 2300=$

3. Folytasd a sorozatot!

$0,3 \quad 0,6 \quad 0,9 \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots$

$3,2 \quad 4,5 \quad 5,8 \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots$

4. Végezd el a műveleteket! Ügyelj a műveletek sorrendjére!

$14,56 - 2,56 \cdot 5 + 0,3 \cdot (6,5+3,5)=$

5. Egy tehén egy nap alatt 3,4 kg takarmányt eszik meg. Mennyit eszik meg 7 nap alatt? Hány tehén eszik meg egy nap alatt 10,2 kg takarmányt?

6. Kerekítsd a 23,027-et!

Századra:

Tizedre:

Egészre:

7. Végezd el a műveleteket!

$$\frac{1}{2} + 1,2 =$$

$$6,18 - \frac{234}{100} =$$

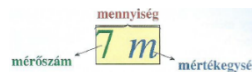
.

10. témakör: Arányosságok

1. **Mennyiségek:** A Hány...? , Mennyi...? kérdésre

számokkal és mértékegységekkel válaszolunk. Ezek a

válaszok mennyiségeket fejeznek ki. Pl.: 5 km; 350 Ft, 45 kg; 4 óra.



2. **Arányosság:** Két szám hányadosát két szám arányának is nevezzük.

Két szám aránya mutatja meg, hogy az első szám hányszorosa a másiknak. Pl: $6:3 = \frac{6}{3} =$

2. A 6 kétszerese a háromnak. Vagy: $10:4 = \frac{10}{4} = 2,5$, azaz a 10 két és félszerese a 4-nek,

mert $4+4+2=10$. Fordítva: $3:6 = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0,5$ azaz a 3 fele (0,5-szöröse) a 6-nak.

Egy adott arányt más számokkal is kifejezhetünk, ahogy a törteket is felírhatjuk más számokkal (bővítés, egyszerűsítés). Ilyenkor a tört értéke és az arány sem változik.

Pl.: $3:6 = 1:2 = 4:8 = 5:10$ mert $\frac{3}{6} = \frac{1}{2} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10}$

3. **Arányos osztás:** Egy mennyiséget arányosan is felbonthatunk több részre.

Pl.: Bontsd fel a 15 szál virágból álló virágcsokrot 2:1 arányba

azt jelenti, hogy 2 olyan részre kell szétbontani, melyből az egyikben kétszer annyi szál van, mint a másikba! Megoldás során olyan számpárt kell keresni, melyben az első kétszerese a más-

sodiknak és összegük 15. Ez a $10:5 = \frac{10}{5}$. Figyeld meg, hogy a 15-öt ($2+1$) 3 egyenlő

részre kellett osztani és abból kettőt az egyik és egyet a másik csokorba kellett rakni. 2

$\cdot 5 : 1 \cdot 5 = 10 : 5$

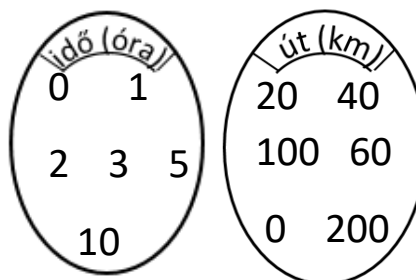
4. A mennyiségeket csoportosíthatjuk és halmozokba sorolhatjuk.

Pl.: 3 óra; 5 óra; 20 km; 40 km; 10 óra; 1 óra;

100 km; 200 km; 0 óra; 0 km; 2 óra; 60 km.

Egy csoportot egy **mennyiségnek** (pl.: idő) nevezzük. A benne levő adatokat **értékeknek**

(pl.: 3; 4; 0; 1; 5).



5. **Mennyiségek ábrázolása** történhet táblázatban, koordináta-rendszerben. Ilyenkor az értékeket összepárosítjuk, a párokat **összetartozó értékpároknak** nevezzük.

Pl.: Egy kerékpáros 3 óra alatt 60 km-t tesz meg.

További mért adatokat párosítottuk össze a táblázatba.

út (km)	0	1	2	3	5	10
idő (óra)	0	20	40	60	100	200



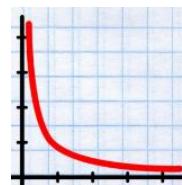
6. **Egyenes arányosság:** Ha az egyik mennyiség a valahányszorosára változik és a másik mennyi-

ség is ugyannyiszorosára változik, akkor a két mennyiség egyenesen arányos. Egyenesen arányos mennyiségek összetartozó értékpárjaik aránya állandó. A 0-hoz mindig 0 tartozik, de a 0:0 arányt nem értelmezzük. Grafikonja az origóból kiinduló egyenes.

Magyarázat: Az előző feladatban a két mennyiség az út és az idő. Ha kétszer annyi ideig tart a mozgás, akkor kétszer annyi a megtett út is. 0 óra alatt 0 km-t tett meg a kerékpáros. Összetartozó értékpár pl.: 1 óra és a 20 perc, vagy 3 óra és a 60 km. Hányadosuk:

$\frac{út}{idő} = \frac{20}{1} = 20$; $\frac{60}{3} = 20$; $\frac{40}{2} = 20$; $\frac{100}{5} = 20$; $\frac{200}{10} = 20$. Látható, hogy mindig 20-at kaptunk, tehát ez (nem változik,) állandó.

7. **Fordított arányosság:** Ha az egyik mennyiség a valahányszorosára változik és a másik mennyiség annak reciprokszorosára változik, akkor a két mennyiség fordítottan arányos. Fordítottan arányos mennyiségek összetartozó értékpárjaik szorzata állandó. Grafikonja hiperbola.



Magyarázat: Egy rúd szalámit felszeletelünk 120 szeletre. Ezt a 120 szelet szalámit osztjuk el gyerekek között. Ha 20 gyereknek adunk, akkor 6 szelet jut minden gyereknek. Ha kétszer ennyi gyereknek adunk, akkor fele annyi szeletet jut gyerekenként. Tehát, ha növeljük az egyik mennyiséget (gyerekek számát), akkor a másik mennyiség (gyerekenként jutó szeletek száma) csökken. Amennyivel szorozzuk az egyiket, ugyanannyival kell osztani a másikat. A lehetséges adatokat táblázatba foglaljuk:

gyerekek száma	1	2	3	4	5	6	8	10	12	15	20	24	30	40	60	120
szeletek száma gyerekenként	120	60	40	30	24	20	15	12	10	8	6	5	4	3	2	1

Ha a gyerekek számát 2-szeresére növeljük, akkor az egy gyereknek jutó szeletek száma a felére csökken. Vagy: Ha a gyerekek számát a 3-szorosára növeljük, akkor az egy gyerekre jutó szeletek száma a harmadrészére, azaz $\frac{1}{3}$ -szorosára változik. Vedd észre, hogy a 3-nak a reciproka az $\frac{1}{3}$. Megfigyelhető az összetartozó értékpárok szorzatának állandósága is. Ebben a példában mindig 120, ennyi szeletet osztunk ki a gyerekeknek.

8. **Következtetés egyről többre:** Arányosságokban a két változó mennyiség egy lehetséges összetartozó értékpárját meghatározhatjuk, ha az egyik mennyiség egységéhez (1 óra; 1 gyerek;) tartozó másik értéket ismerjük. Az arányosságokban az 1 különleges. Minden szám osztója, és minden szám az ő többszöröse. Pl.: 1) Ha a kerékpáros 1 óra alatt 20 km-t tett meg, akkor kétszer ennyi idő alatt kétszer akkora utat tesz meg, tehát 2 óra alatt 40 km-t. Ha az időt még többszörösére változtatjuk, akkor a megtett utat is ugyanannyival kell szorozni. Pl.: 2) Ha 1 gyereknek adunk a szalámi szeletekből, akkor 120 szelet jut neki. Ha 10-szeresére változtatom a gyerekek számát (10 gyerek), akkor az egy gyereknek jutó szeletek száma a 10-ed részére ($:10$, vagy $\cdot \frac{1}{10}$) csökken. Tehát 10 gyereknek 12 szeletet adunk fejenként.
9. **Következtetés többről egyre:** Az egység meghatározása sokszor megkönnyíti a feladat megoldást. Ha tudjuk az egyik mennyiség 1 egységéhez tartozó értéket, akkor azzal bármelyik másik értékpárt meghatározhatjuk. Ezért törekedünk az 1-hez tartozó értékpárt hozzárendelni. Pl.: Ha tudjuk, hogy egy túrázó 3 óra alatt 15 km-t tett meg, akkor 1 óra alatt (3 óra : 3 = 1 óra) 5 km-t (15 km : 3 = 5 km) haladt.
10. **Következtetés többről többre:** Amikor a feladatban egy értékpárból egy másik értékpárt kell meghatároznunk és egyik értéke sem 1, akkor két módszer lehetséges: 1) Általában fejben számolható adatoknál egyből kiszámolhatjuk. Ez akkor lehet könnyű, ha egyik többszöröse a másiknak. Pl.: 30 gyerek = 4 szeletből 60 gyerek = 2 szelet esetén a kétszerese és fele mennyiség könnyen számolható. 2) Ami mindig lehetséges, hogy következtetünk az 1-re és onnan újra a többre két lépésben.

Gyakorló feladatok:

1. Foglald táblázatba a következő adatokat! Az első oszlopban határozd meg feladatban szereplő a két mennyiséget!
Egy csoki ára 120 Ft. Mennyibe kerül ugyanilyen csokiból 2 db, 3 db, 4 db, 5 db, 10 db, 12 db, 425db? Számold ki a hiányzó értékeket és írd be a táblázatba! Ahol szükséges számolj írásban!

Milyen arányosságról szól a feladat?

..... arányosságról, mert

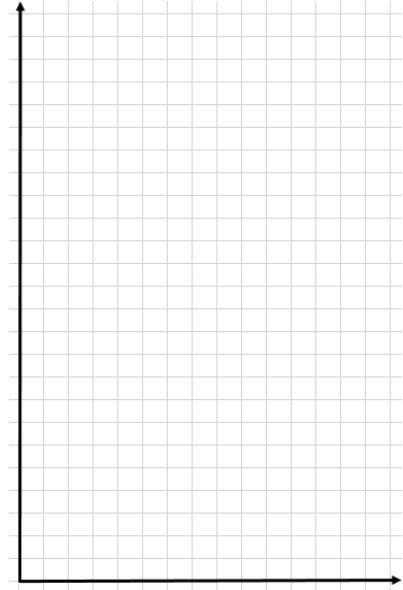
.....

.....

.....

.....

Ábrázold az adatokat koordináta-rendszerben! (Az utolsót ne ábrázold!)



2. Anita két mozijegyet vásárolt 4000 forintért. Mennyibe került egy mozijegy?

jegyek száma (db)		
fizetett összeg (Ft)		

3. Anna 8 csokit vett 4800 Ft-ért. Mennyibe került 1 ilyen csoki?
4. Dávid a matematika órán 3 műveletet számolt ki 4 perc alatt. Mennyi idő alatt végzett 12 feladattal?
5. Gabi 4 km-re lakik az iskolától. Tanítás után 12 perc alatt biciklizett haza. Mennyi idő alatt biciklizett 5 km-t?

6. Az erdészet 1500 db fát ültet. Hány fát kell elültetnie egy embernek, ha többen is dolgoznak? Töltsd ki a táblázatot!

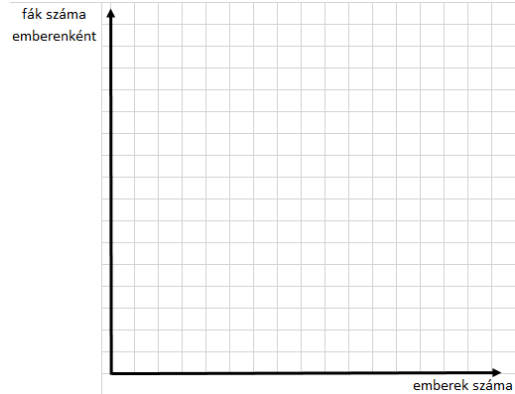
emberek száma	2	3	5	20			
fák száma emberenként					100	150	500

Ábrázold az adatokat!

Milyen arányosságról van az emberek száma és az egy ember által ültetett fák száma között?

Miért?

.....



7. Ádám és Gergő otthon összegyűjtötték a műanyag vizespalackokat. Ádám 2 szatyorral, Gergő 3 szatyorral gyűjtött. Minden szatyorba ugyanannyi palack rét bele. Az árából vettek egy 15 db-ból álló kekszet. Oszd szét a kekszeket a két gyerek között az összegyűjtött palackok arányában. Hány db kekszet kapjon Ádám és Hán db-ot Gergő?

11. Témakör: Alakzatok, síkidomok

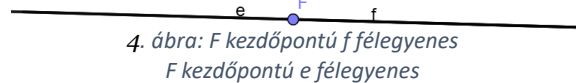
Geometriai alapfogalmak:

- A **pont** helyet jelöl, nincs kiterjedése. Jelölésére az abc nagy betűt használjuk.
- Az **egyenes** végtelen hosszú, egyenes vonal, amit két pont egyértelműen meghatároz. Jelölésére az abc kisbetűt használjuk.
- A **sík** végtelen felület, amit két nem párhuzamos egyenes határoz meg. Jelölésére $S_1; S_2; \dots$ stb kifejezéseket használjuk.
- A **tér** végtelen háromdimenziós tartomány.

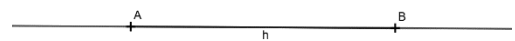


Egyenes részei:

Az egyenest bármely tetszőleges pontja két **félegyenesre** bontja. A tetszőleges pont mindkét félegyenes kezdőpontja.



A **szakasz** két végpont között határolt egyenesrész.



5. ábra: AB szakasz, vagy h szakasz

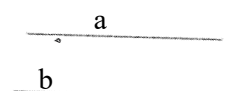
Egyenespárok:

Legyen e és f két egyenese ugyanannak a síknak. Azt mondjuk, hogy e és f egymásra **merőleges**, ha a síkot négy egybevágó síknegyedre darabolja, tehát derékszöget zár be egymással. Jele: $e \perp f$.



6. ábra: merőleges egyenesek

Legyen e és f két egyenese ugyanannak a síkban. Azt mondjuk, hogy e és f **párhuzamos**, ha nincs közös pontjuk Jele: $e \parallel f$.



7. ábra: párhuzamos egyenesek

Szögek

Szög (szögtartomány): egy pontból kiinduló két félegyenes a síkot két szögtartományra, röviden szögre bontja. A két szögtartomány közül az általunk vizsgáltat körívvel jelöljük.

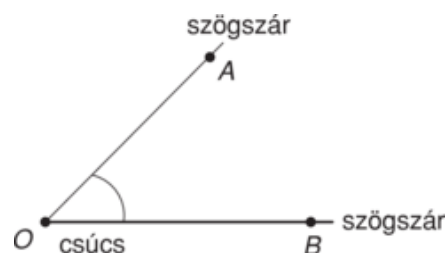
A szögek megadása történhet:

- görög kisbetűkkel ($\alpha; \beta; \gamma; \delta; \dots$)
- A szög csúcsának megadásával (pl.: $O\angle$)
- Három nagybetűvel
(pl.: $AOB\angle$, ahol a középső betű a szög csúcsát jelöli)

Mértékegysége: fok ($^\circ$).

További mértékegysége a szögperc ($'$).

$$1^\circ = 60'$$

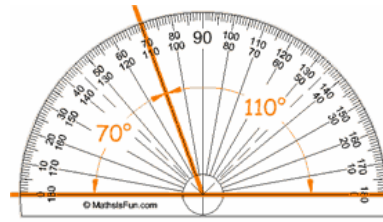


Nevezetes szögek:

	Ha	akkor
(konvex) szögek		az α nullszög, $\alpha = 0^\circ$.
		az α hegyesszög, $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.
		az α derékszög, $\alpha = 90^\circ$.
		az α tompaszög, $90^\circ < \alpha < 180^\circ$.
		az α egyenesszög, $\alpha = 180^\circ$.
(konkáv) szögek		az α homorú (konkáv) szög, $180^\circ < \alpha < 360^\circ$.
		az α teljesszög, $\alpha = 360^\circ$.

8. ábra: szögek csoportosítása
Konkáv az a szög, ahol el lehet bújni.

A szög mérése:



Lépések a méréshez:

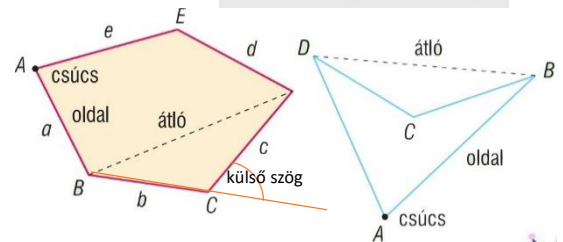
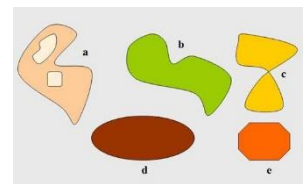
- Helyezd a szögmérő középpontját (kis lyukát vagy jelölését) pontosan a **szög csúcsába**.
- Forgasd a szögmérőt úgy, hogy a **0°-os jelölés** az egyik **szárra** essen (a szár legyen a vonalzó rész felett).
- Olvasd le a **másik szár** által metszett értéket a skálán (hegyes szög: 0-90°, tompa: 90-180°; figyelj a belső szög oldalára!).

Síkidomok részei

Síkidom a sík zárt vonallal (egyenes szakaszokkal vagy görbe vonallal) körülhatárolt része, amelynek minden pontja egy síkban helyezkedik el.

Részei:

- Csúcs:** oldalak találkozási pontja.
- Oldal:** egyenes szakasz a csúcsok között.
- Átló:** nem szomszédos csúcsokat összekötő szakasz.
- Belső szög:** két szomszédos oldala által bezárt, a sokszög belseje felé eső szög. (α ; β ; γ ; ...)
- Külső szög:** az egyik oldal és a szomszédos oldal meghosszabbítása által bezárt szög (α' ; β' ; γ' ; ...)
- Bármely belső szög és a mellette fekvő külső szög összege: 180°**



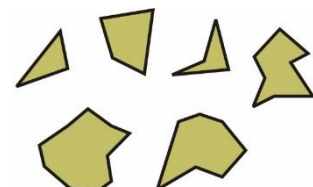
Sokszögek

Sokszög egyenes oldalakból álló zárt síkidom.

Szabályos sokszög egyenlő oldalú és szögű (pl. szabályos négyszög=négyzet).



10. ábra: szabályos sokszögek



9. ábra: sokszögek

11. Témakör: Alakzatok, síkidomok

Háromszögek

Háromszög három egyenes szakasszal határolt alakzat.

A háromszögekhez kapcsolódó nevezetes összefüggések:

- **A háromszög belső szögeinek összege:**
 180°
- **A háromszög külső szögeinek összege:**
 360°
- A háromszög bármely külső szöge egyenlő a nem mellette fekvő két belső szög összegével

Nevezetes vonalak a háromszögben:

- Magasságvonal: Egy csúcsból a szemközti oldal (egyenesére) bocsátott merőleges egyenes. Jelölése: m_a ; m_b ; m_c

A háromszögek csoportosítása:

HÁROMSZÖGEK		OLDALAK SZERINTI CSOPORTOSÍTÁS		
CSOPORTOSÍTÁSA	SZÖGEK SZERINTI CSOPORTOSÍTÁS	Minden oldala különböző	Két oldala egyenlő	Minden oldala egyenlő
		Általános háromszög	Egyenlő szárú háromszög	Egyenlő oldalú, szabályos háromszög
	Hegyszögű háromszög			
	Derékszögű háromszög			—
	Tompaszögű háromszög			—

MatekÉvi

Egy háromszög csak akkor megszerkeszthető, ha bármely két oldalának az összege nagyobb, mint a 3. oldal. Ezt a **háromszög-egyenlőtlenségnek** nevezzük.

Pl.: Legyenek egy háromszög oldalai: $a=2$ cm; $b=3$ cm és $c=4$ cm-esek. Ebben az esetben $2+3>4$ ✓; $2+4>3$ ✓; valamint $3+4>2$ ✓ $\rightarrow$ a háromszög megszerkeszthető.

Legyenek egy másik háromszög oldalai: $a=1$; $b=4$ és $c=5$ cm-esek. Ebben az esetben $4+5>1$ ✓; $5+1>4$ ✓; de $4+1>5$ ✗ $\rightarrow$ ez a háromszög **nem** megszerkeszthető.

$$\left. \begin{array}{l} a + b > c \\ a + c > b \\ b + c > a \end{array} \right\} \text{egyszerre teljesül}$$

A háromszög **kerülete**: a határoló szakaszok hosszának az összege. $K=a+b+c$

A háromszög **területe**: az alap és a hozzá tartozó magasság szorzatának a fele: $T=\frac{a \cdot m_a}{2} = \frac{b \cdot m_b}{2} = \frac{c \cdot m_c}{2}$

Derékszögű háromszög esetén az egyik befogó lesz az alap, a másik befogó a hozzá tartozó magasság.

$$\text{Így } T=\frac{a \cdot b}{2}$$

Négyszögek

Négyszög négy egyenes szakasszal határolt alakzat

Négyszögek tulajdonságai:

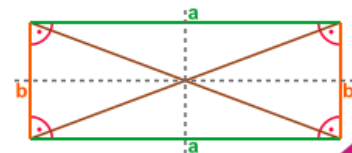
- négy oldala, négy szöge, négy csúcsa van
- egy csúcsból egy átló húzható.
- Egy átló két háromszögre bontja a négyszöget.
- Összes átlói száma: 2
- Belső szögeinek összege: 360°
- Külső szögeinek összege: 360°

Speciális négyszögek:

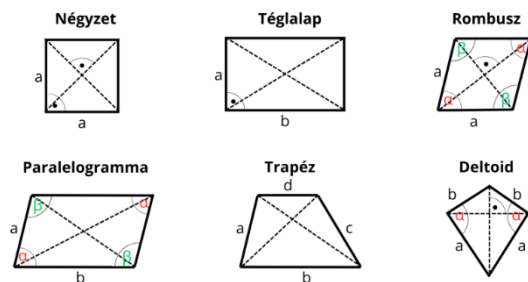
Téglalap: olyan négyszög, amelynek minden szöge egyenlő.

Tulajdonságai:

- Két-két szemközti oldala egyenlő.
- átlói felezik egymást
- Átlói egyenlő hosszúak
- Tengelyesen szimmetrikus alakzat, szimmetria tengelyei a szemközti oldalak felező merőlegei
- Középpontosan szimmetrikus alakzat.



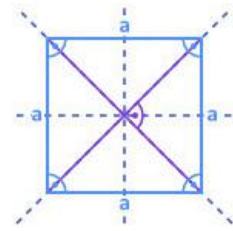
Nevezetes négyszögek



Négyzet: olyan négyszög, amelynek minden oldala és minden szöge egyenlő.

Tulajdonságai:

- Átlói egyenlő hosszúak és felezik egymást.
- Tengelyesen szimmetrikus alakzat, szimmetria tengelyei az átlók egyenesei és a szemközti oldalak felező merőlegesei
- Közepponosan szimmetrikus alakzat.

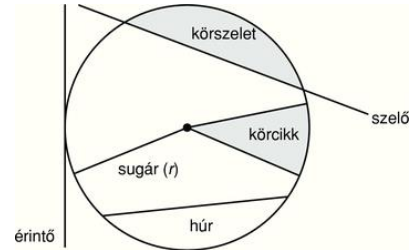


Kör

Körvonal: azon pontok halmaza a síkon, amelyek egy adott ponttól, mint középponttól egyenlő távolságra vannak.

Körlemez (körlap): a körvonal határolta síkrész.

Részei:



- **Középpont:** az az adott pont, amelytől a körvonal minden pontja egyenlő távolságra van. Jele O (origó) vagy K (középpont) vagy C (centrum)
- **Sugár:** a kör középpontját és a körvonal egy pontját összekötő szakasz. Jele: r (rádiusz)
- **Húr:** körvonal két pontját összekötő szakasz.
- **Átmérő:** A kör középpontján átmenő húr. A leghosszabb húr. Jele d ($=2r$)
- **Szelő:** A körvonal két pontján átmenő egyenes
- **Érintő:** olyan egyenes, amelynek egy közös pontja van a körvonallal.

A kört legpontosabban körzővel tudunk rajzolni.

A körző részei:

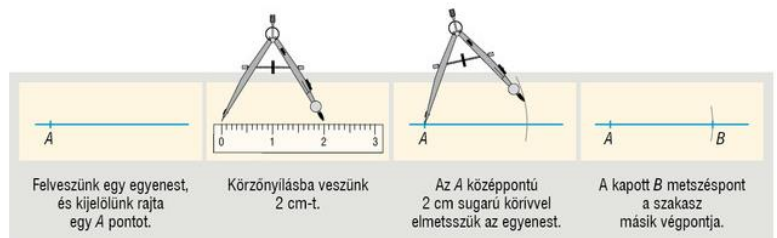
- **Tű (hegy):** középpontot jelöli (x-szel jelöljük a papíron).
- **Ceruza/csatni:** sugár végét húzza.
- **Csúszka/fogantyú:** sugár beállítása.

Használat lépései:

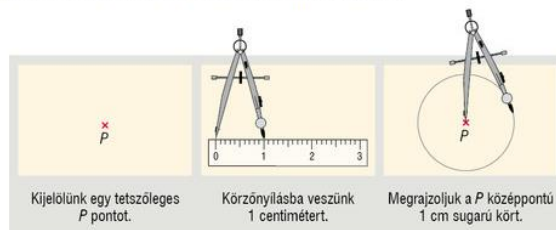
1. Állítsd be a **sugár hosszát** a csúszkával (pl. vonalzóval mérd szakaszt, és másold).
2. Szúrd a **tűt** a kívánt középpontba (stabilan tartsd függőlegesen).
3. Tartsd a fogantyút közepén, lazán forgasd körbe – lassan, egyenletesen húzz!

Néhány elemi szerkesztési lépés

Szerkesztéssel így veszünk fel egy 2 cm hosszú szakaszt.



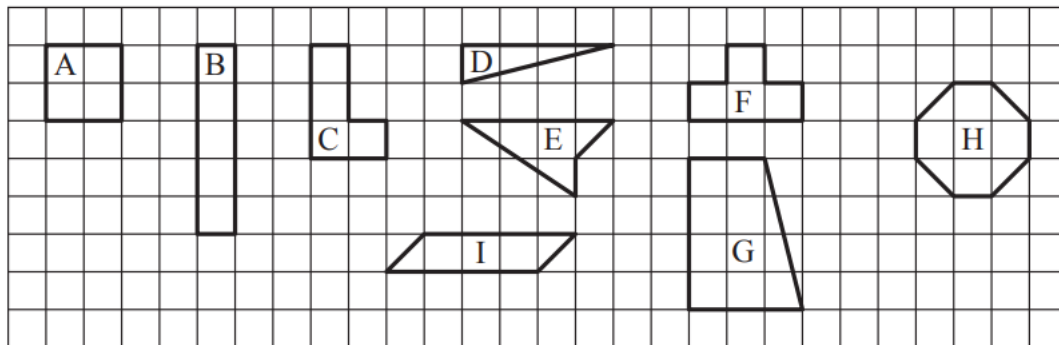
Egy adott P pont köré így rajzolunk 1 cm sugarú kört.



Feladatok

1)

Válogasd szét az alábbi síkidomokat a megadott tulajdonságok szerint, és folytasd a síkidomok betűjeleinek beírását a táblázat megfelelő mezőjébe!



	Van derékszöge	Nincs derékszöge
Négyszög		E
Nem négyszög		

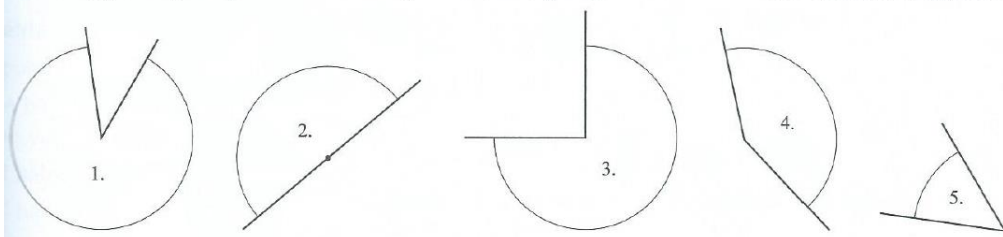
2)

Válaszd ki a szögek közül

a) a hegyesszögeket;

b) a tompaszögeket;

c) a homorú szögeket!



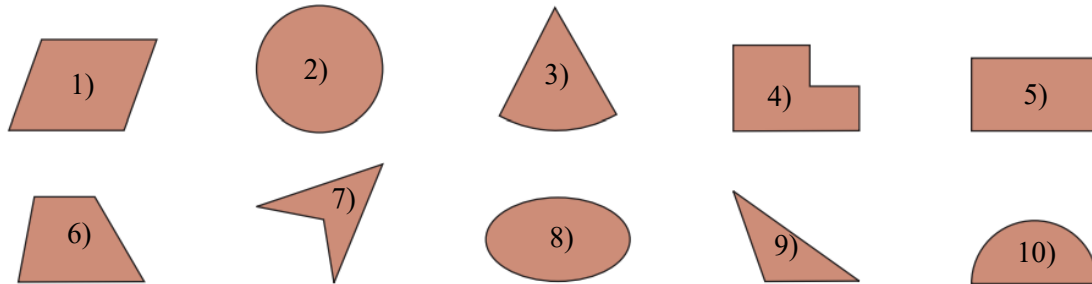
Milyen fajtájú az a szög, amit nem választottál ki?.....

Helyezzük el a megfelelő halmazokba az alábbi alakzatokat!

$A = \{\text{az alakzat határvonalai szakaszok}\}$

$B = \{\text{az alakzat határvonala görbe vonal}\}$

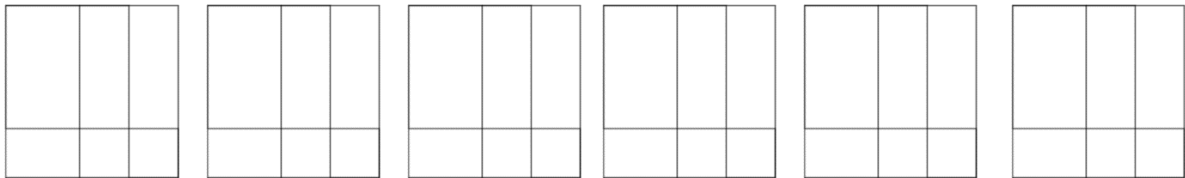
$C = \{\text{az alakzat határvonalai között van szakasz is, és görbe vonal is}\}$



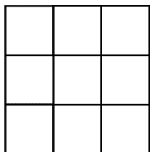
Jelöld a síkidomon lilával az átlókat, zölddel az oldalakat, késsel a csúcsokat!



Keress téglalapokat! Húzd át őket színessel! (Lehet, hogy több lehetőség van)



Hány négyzetet látsz a képen?



Döntsd el, hogy igaz vagy hamis az állítás! Rajzzal indokolj!

- A) Egy négyszögnek lehet négy derékszöge.
- B) Egy négyszögnek lehet négy hegyesszöge.
- C) Van olyan négyszög, amelynek pontosan két tompaszöge van.
- D) Van olyan négyszög, amelynek van homorúszöge.

12. témakör: Kerület és terület

1. A kerület egy síkidom határvonalának teljes hossza. Úgy kapjuk meg, hogy **összeadjuk az alakzat oldalainak hosszát**. Jele: **K**

*A kerület szóban milyen ige szerepel? **KERÜL**, azaz megkerülöm az alakzatot. Így a határoló oldalait adjuk össze.*

Mértékegységei a hosszúság mértékegységei:

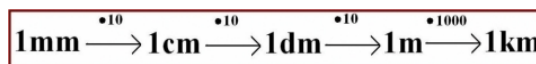
Hosszúság: Hosszúság alatt azt értjük, hogy mekkora a távolság két pont között. *(Két pont között a legrövidebb út az egyenes)*

Például ha meg akarom tudni, hogy milyen magas vagyok, akkor a talpamtól a fejem búbjáig kell kihúzni a mérőszalagot.

A hosszúság mérésének tehát az egyik eszköze a **mérőszalag**, de megmérhetjük **vonalzóval** is.

A hosszúság alaplómértékegysége a **méter**, jele **m**.

További mértékegységei:



- A milliméter (mm), ami a méter ezred része, azaz 1 m 1000 mm-ből áll.
- A centiméter (cm), ami a méter század része, azaz 1 m 100 cm-ből áll.
- A deciméter (dm), ami a méter tized része, azaz 1 m 10 dm-ből áll.
- A kilométer (km), ami a méter ezerszerese, azaz 1 km 1000 m-ből áll.

Mértékegység-átváltás táblázattal:

	km			m	dm	cm	mm
0	5	0	6	0	0	0	0
0	0	0	0	1	8	0	0
0	0	2	0	7	3	0	0

Első sor: 5km 60m = 5 060m = 50 600 dm = 506 000 cm = 5 060 000 mm

Második sor: 0,0018 km = 1,8m = 18 dm = 180 cm = 1 800 mm

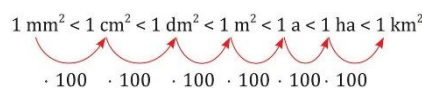
Harmadik sor: 0,2073 km = 207,3m = 2 073 dm = 20 730 cm = 207 300 mm

2. A terület: A terület (jele: T) a síkidomok kiterjedését jellemző mennyiség, amely megmutatja, mekkora helyet foglal el az adott alakzat a síkon. Szemléletesen az a felület, amelyet lefedünk, és egységnégyzetekkel (pl. 1 cm²) mérhető.

*A terület szóban milyen ige szerepel? **TERÜL**, azaz mekkora helyen tud elterülni, vagy hány darab terület egységgel tudom lefedni.*

A terület alap mértékegysége a **négyzetméter**, jele: **m²**

További mértékegységek:



- A négyzetmilliméter (**mm²**), ami a négyzetméter milliommód része, azaz 1 m² 1 000 000 mm²-ből áll.
- A négyzetcentiméter (**cm²**), ami a négyzetméter tízezred része, azaz 1 m² 10 000 cm²-ből áll.

- A négyzetdeciméter (**dm²**), ami a négyzetméter század része, azaz 1 m² 100 dm²-ből áll.
- A négyzetkilométer (**km²**), ami a négyzetméter milliószorosa, azaz 1 km² 1 000 000 m²-ből áll.

km ²		ha		a		m ²		dm ²		cm ²		mm ²
0	0	0	0	0	1	2	0	0	0	0	0	0
0	0	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

m²-ből áll.

Régi, a használatból már-már kikopott mértékegységek:

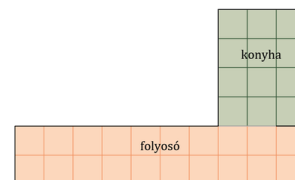
- ár (**a**) ami a négyzetméter százszorosa, azaz 1 a = 100 m²
- hektár (**ha**), ami a négyzetméter tízezerszerese, azaz 1 ha = 10 000 m²

Mértékegység-átváltás táblázattal:

Első sor: 12 m² = 1 200 dm² = 120 000 cm² = 12 000 000 mm²

Második sor: 7 ha = 0,07 km² = 700 a = 70 000 m² = 7 000 000 dm² = 700 000 000 cm²

1) Példa: Apa egyforma méretű, de különböző színű lapokkal burkolta a konyha és a folyosó padlóját. Melyikhez használt fel több lapot? A konyha vagy a folyosó területe nagyobb?



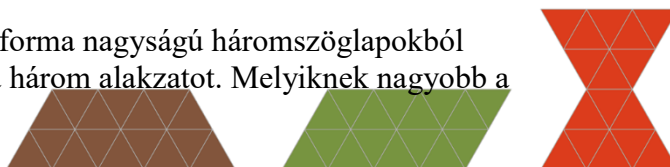
Megoldás:

A konyhához 12 zöld lapot, a folyosóhoz 20 rózsaszín lapot használt fel. 20 lap nagyobb területet foglal el, mint 12. A folyosó területe nagyobb, mint a konyha területe.



Az egység oldalú négyzet területe 1 területegység.

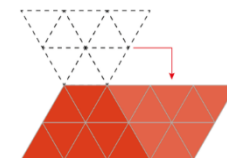
2) példa: Egyforma nagyságú háromszöglapokból raktuk ki ezt a három alakzatot. Melyiknek nagyobb a területe?



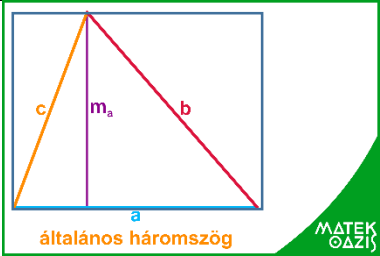
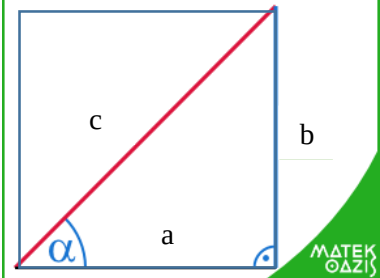
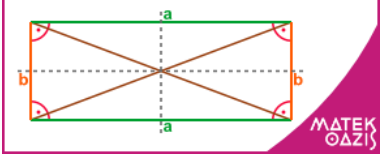
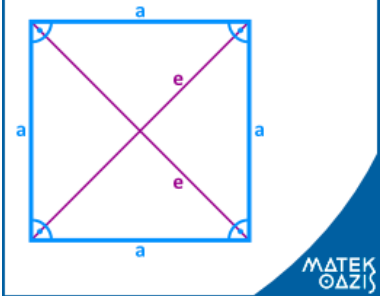
Megoldás:

A terület nem feltétlen kell, hogy szabályos négyzet alakú legyen. Jelen esetben egy háromszöget válasszuk a terület egységnek. Az alakzatok területe megadható az őket felépítő háromszögek száma alapján. Így a barna alakzatot 16 kis háromszög alkotja, így a területe 16 területegység. A zöld alakzat területe szintén 16 területegység, és a piros alakzat is 16 területegység.

A terület *átdarabolható*.

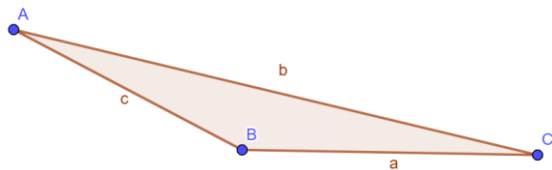


Nevezetes alakzatok területe és kerülete:

Alakzat	Kerület	Terület
 általános háromszög	$K = a + b + c$	$T = \frac{a \cdot m_a}{2} = \frac{b \cdot m_b}{2} = \frac{c \cdot m_c}{2}$ <i>A háromszög területe a köré rajzolt téglalap területének a fele.</i>
	$K = a + b + c$	$T = \frac{a \cdot b}{2}$ <i>A háromszög területe a köré rajzolt téglalap területének a fele.</i>
	$K = a + b + a + b = 2(a + b)$	$T = a \cdot b$ <i>Az egymásra merőleges élek szorzata</i>
	$K = a + a + a + a = 4 \cdot a$	$T = a \cdot a$ <i>Az egymásra merőleges élek szorzata</i>

Feladatok

1) Mérd meg az alakzat oldalainak a hosszát! Számítsd ki a kerületét! Írd fel a képletet is!



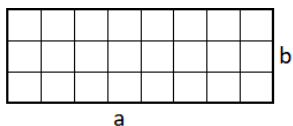
a= _____

b= _____

c= _____

K= _____

2) a) Számol meg, hány egység (—) a téglalap a és b oldala!



a= _____; b= _____

Hány egység (—) a kerülete? K= _____

b) Mérd meg, hány centiméteresek a fenti téglalap oldalai!

a= _____ cm; b= _____ cm

Hány cm a kerülete? K= _____ cm

c) Számold meg, hány ilyen kis négyzet (□) fér a fenti téglalap a és a b oldalára!

a= _____ □; b= _____ □;

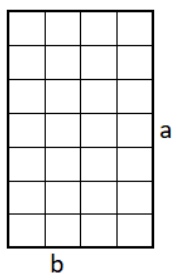
Összesen hány ilyen négyzettel lehet lefedni a téglalapot?

A téglalap területe: _____ □;

d) $1 \text{ cm}^2 = \square$. Hány cm^2 a téglalap területe? A téglalap területe: _____ cm^2

e) A téglalap területe: $T = \text{_____} = \text{_____ cm} \cdot \text{_____ cm} = \text{_____ cm}^2$

3) a) Számol meg, hány egység (—) a téglalap a és b oldala!



a= _____; b= _____

Hány egység (—) a kerülete? K= _____

b) Mérd meg, hány milliméteresek a téglalap oldalai!

a= _____ mm; b= _____ mm

Hány mm a kerülete? K= _____ mm

c) Számold meg, hány ilyen kis négyzet (□) fedi le a fenti téglalapot!

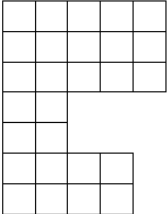
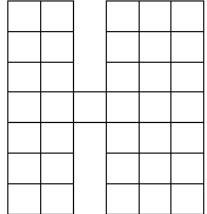
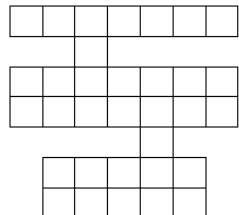
A téglalap területe: _____ □;

d) $1 \text{ mm}^2 = \square$. Hány mm^2 a téglalap területe? A téglalap területe: _____ mm^2

e) A téglalap területe: $T = \text{_____} = \text{_____ mm} \cdot \text{_____ mm} = \text{_____ mm}^2$

f) Tudjuk, hogy $100 \text{ mm}^2 = 1 \text{ cm}^2$. Hány cm^2 a téglalap területe? $T = \text{_____ cm}^2$

4) Add meg az alábbi alakzatok kerületét és területét!

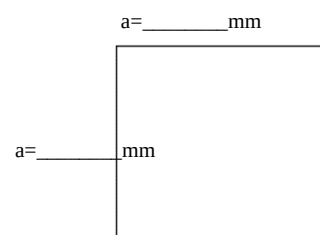
		
K= _____ T= _____	K= _____ T= _____	K= _____ T= _____

5) Mi a neve az alábbi téglalapnak? _____

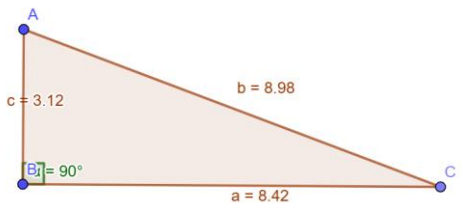
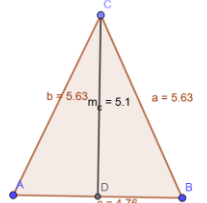
Számítsd ki az alakzat kerületét és területét! Váltsd át!

K= _____ mm= _____ cm

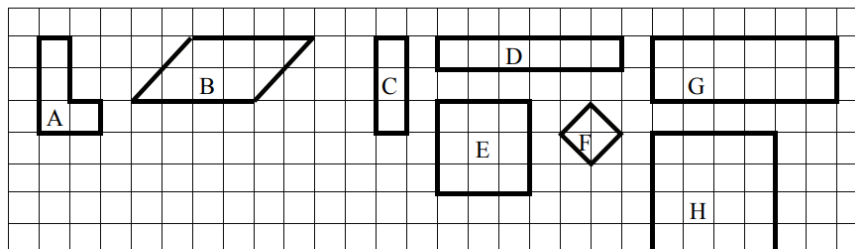
T= _____ mm² = _____ cm²



6) Határozd meg az alábbi háromszögek területét és kerületét!

	
K= _____	K= _____
T= _____	T= _____

Figyeld meg az ábrán látható alakzatokat!



Írd le az állításoknak megfelelő alakzatok betűjelét! Mindenütt sorold fel az összes lehetőséget! Vigyázz! Ha a megoldásaid között hibás válasz is szerepel, azért pontlevonás jár.

a) **Nem** téglalap:

b) **Négyzet**:

c) **Területe** kétszer akkora, mint a C alakzat területe:

d) **Kerülete** kétszer akkora, mint a C alakzat kerülete:

13. témakör: Testek

Alapfogalmak:

Test: A térnek zárt felülettel határolt része

A testet határoló síklapok a test lapjai. A síklapok találkozását éleknek, az élek találkozását csúcsoknak nevezzük.

Alapélek: az alaplapok élei

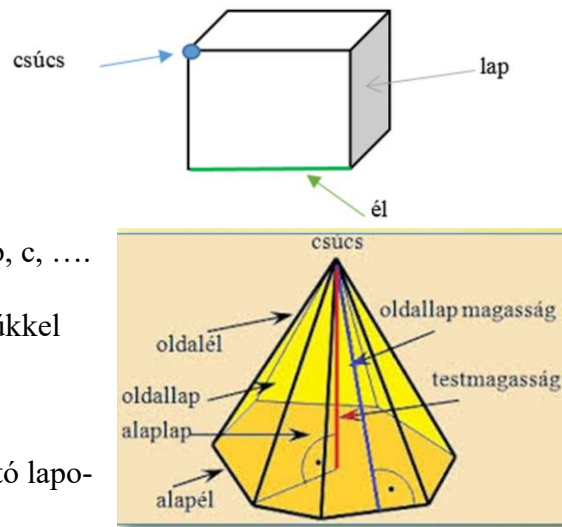
Oldalélek: a többi él. Jelölésük kisbetűkkel ($a, b, c, \dots$ stb) történik.

Csúcsok: az élek végpontjai. Jelölésük nagybetűkkel ($A, B, C, \dots$ stb) történik.

Alaplap:

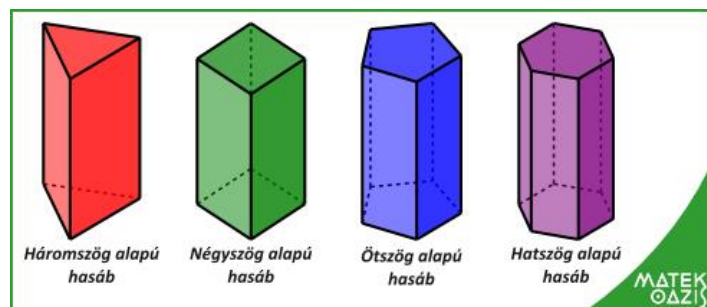
Palást: a test oldallapjainak együttese

Háló: akkor kapjuk meg, ha a test felületét alkotó lapokat a síkra kiterítve megrajzoljuk.

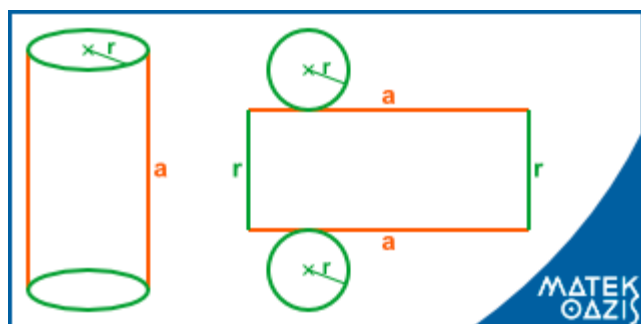


Legfontosabb testek:

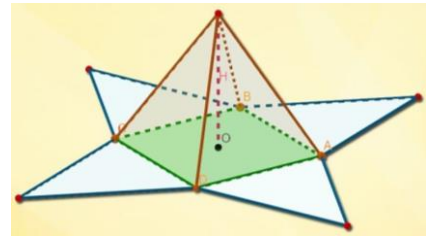
Hasáb: Olyan mértani test, amit két egybevágó, párhuzamos sokszög (alaplapok) és annyi téglalap határol, ahány oldalú a sokszög.



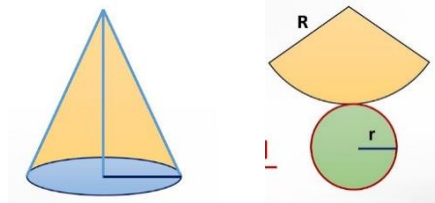
Henger: Olyan mértani test, aminek az alaplapja körlap



Gúla: Olyan mértani test, melyet egy sokszöglap és háromszögek határolnak.

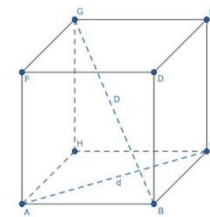


Kúp: Olyan gúla, aminek az alapja kör, palástja pedig egy körcikk.

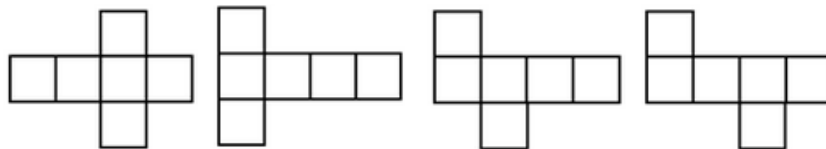


Kocka

- 6 egyforma négyzet alakú lapja van
- 12 éle van
- 8 csúcsa van
- minden éle egyenlő hosszú

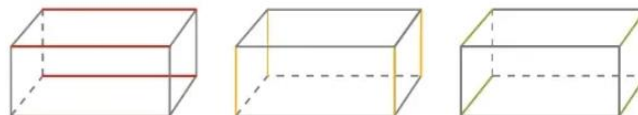
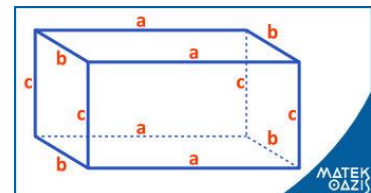


A kocka hálójá:

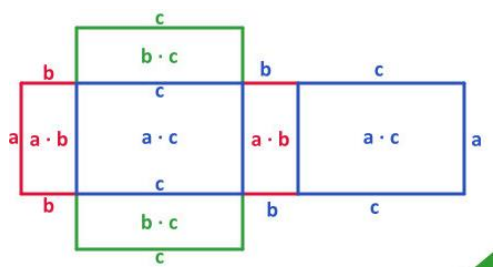


Téglatest

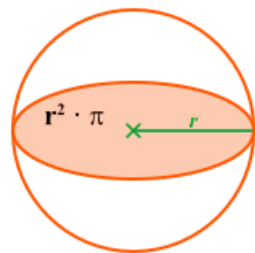
- 6 téglalap alakú lap határolja, melyek közül két-két szemközi lap egymással párhuzamos és ugyanolyan alakú és méretű.
- A téglatest szomszédos lapjai merőlegesek egymásra.
- A téglatestnek 8 csúcsa van. Egy-egy csúcsban három lap és három él találkozik.
- Az egy csúcsban találkozó 3 él páronként merőleges egymásra.
- A téglatestnek 12 élve van. Közülük négy-négy egyenlő hosszúságú. Ez a négy-négy él egymással párhuzamos.



A téglatest hálójá:

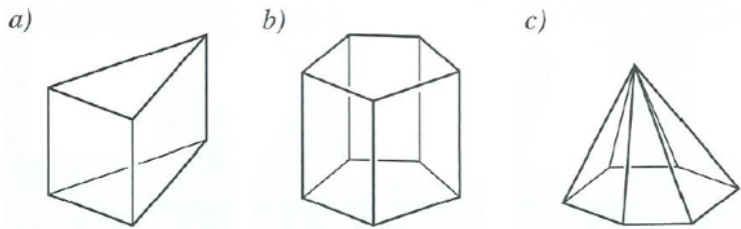


A gömb: Olyan pontok halmaza a térben, amelyek egy ponttól, mint középponttól egyenlő távolságra vannak.



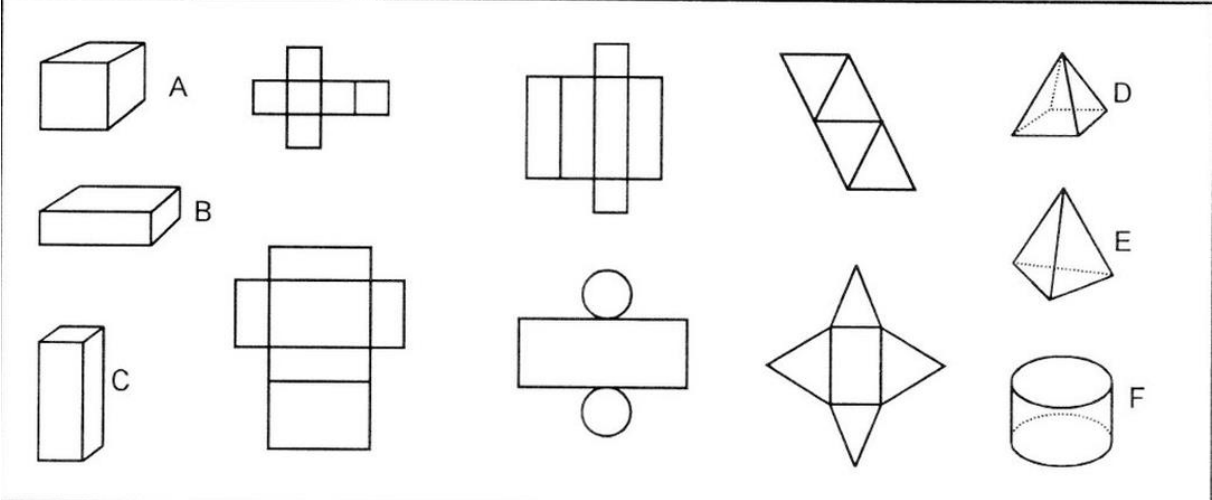
Feladatok:

Hány éle, hány csúcsa, hány lapja van a testnek?

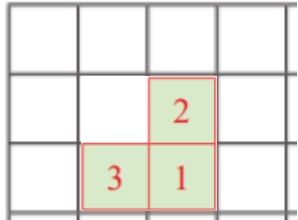
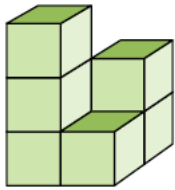
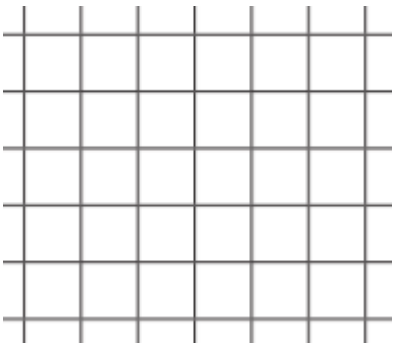
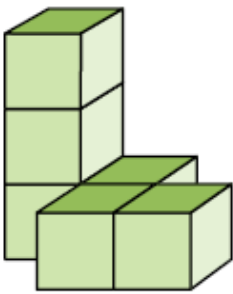


	a)	b)	c)
Lapok száma			
Csúcsok száma			
Élek száma			

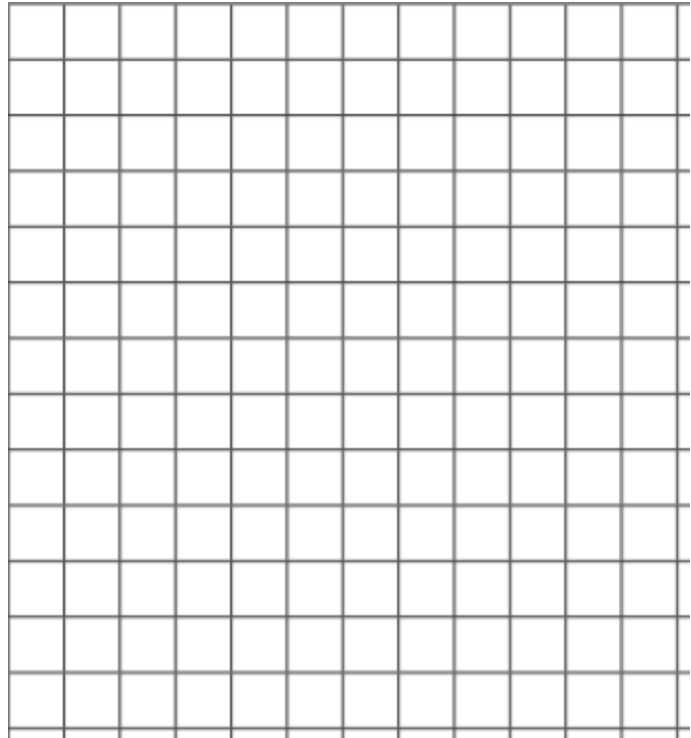
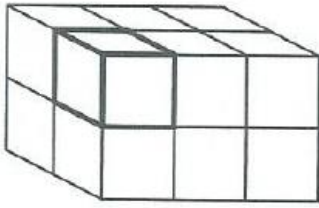
2. Írd a testek betűjelét hálójuk vázlata mellé!



3. Készítsd el az ábrán látható alakzat alaprajzát! Jelöld az alaprajzon a magasságokat!
pl.:

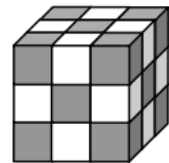


4. Rajzold le a téglatest hálóját!



5)

Fehér, 1 cm élű kiskockákból 3 cm élű tömör kockát építettünk, majd a mellékelt rajz szerint négyzet alakú szürke matricákat ragasztottunk a nagy kocka mind a hat lapjára.



- a) Hány kiskockát használtunk fel az építéshez?
- b) Hány szürke matricát ragasztottunk fel a megépített kockára?
- c) Hány kiskockára került három matrica?
- d) A felhasznált kiskockák közül hánynak nincs matricával leragasztott lapja?

6)

Egy kocka egy lapjának kerülete 24 cm. Két ilyen kockát teljes lappal érintkezve egymáshoz ragasztottunk, így egy téglatestet kaptunk.

- a) Hány centiméter az eredeti kocka egy élének hossza?
- b) Hány centiméter a kapott téglatest egy csúcsba futó három élének hossza?

.....

.....

.....

4. Csoportosítsd a tárgyakat!

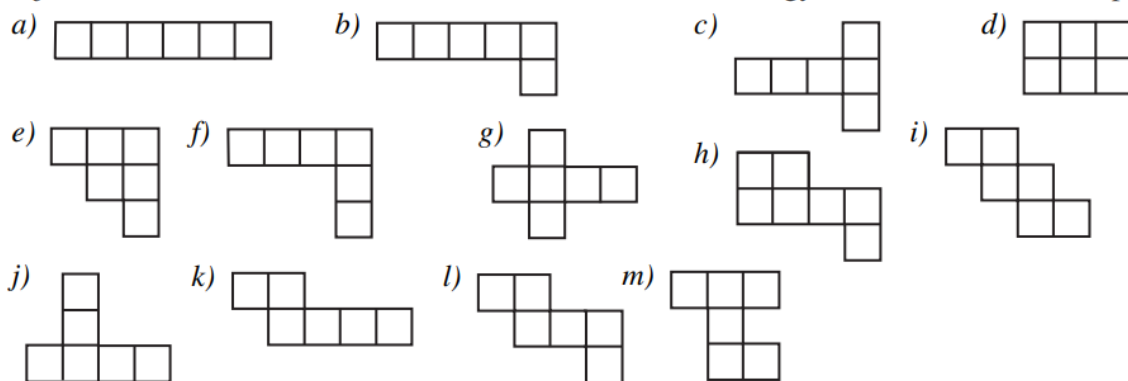
A: Csak síklapok határolják.

B: Csak görbe felületek határolják.

C: Síklapok és görbe felületek határolják.

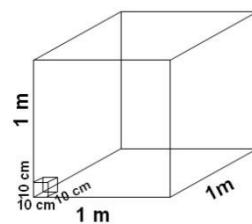


Válaszd ki az ábrán látható sokszögek közül azokat, amelyek egy kocka hálói lehetnek! Ezeket rajzold le a füzetedbe, és a hálókra színezd azonos színűre az egymással szembe kerülő lapokat!



14. témakör: A térfogat és felszín

Térfogat (jele: V) a fizikai testek által a térben elfoglalt hely nagyságát kifejező mennyiség. Ez egy nemnegatív szám, amely a test kiterjedését írja le három dimenzióban. Alapmértékegysége a köbméter (m^3) Az 1 méter oldalú kocka térfogata 1 m^3



A térfogat kiszámítása: az alapterület és a magasság szorzata, vagy az egy csúcsba futó (3 db) él szorzata.

A térfogat alap mértékegysége a **köbméter**, jele: m^3

$$1 \text{ mm}^3 \xleftarrow{\cdot 1000} 1 \text{ cm}^3 \xleftarrow{\cdot 1000} 1 \text{ dm}^3 \xleftarrow{\cdot 1000} 1 \text{ m}^3$$

További mértékegységek:

- A köbmilliméter (mm^3), ami a köbméter milliárd része, azaz $1 \text{ m}^3 = 1\,000\,000\,000 \text{ mm}^3$ -ből áll.
- A köbcentiméter (cm^3), ami a köbméter milliomod része, azaz $1 \text{ m}^3 = 1\,000\,000 \text{ cm}^3$ -ből áll.
- A köbdeciméter (dm^3), ami a négyzetméter ezred része, azaz $1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ dm}^3$ -ből áll.

Mértékegység-átváltás táblázattal:

térfogat	m^3			dm^3			cm^3			mm^3
	2									

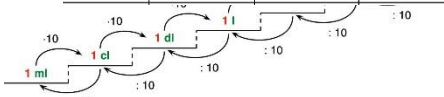
Első sor: $2 \text{ m}^3 = 2\,000 \text{ dm}^3 = 2\,000\,000 \text{ cm}^3 = 200\,000\,000 \text{ mm}^3$

Űrtartalom: egy edény, tartály vagy térrész befogadóképességét jelenti, azaz megmutatja, mennyi folyadék, gáz vagy szemes anyag fér el benne. Alapmértékegysége a **liter (l)**

l	dl	cl	ml
liter	deciliter	centiliter	milliliter

További mértékegységei:

- A milliliter (ml), ami a liter ezred része, azaz $1 \text{ l} = 1\,000 \text{ ml}$ -ből áll.
- A centiliter (cl), ami a liter század része, azaz $1 \text{ l} = 100 \text{ cl}$ -ből áll.
- A deciliter (dl), ami a liter tized része, azaz $1 \text{ l} = 10 \text{ dl}$ -ből áll.
- A hektoliter (hl), ami a liter ezerszerese, azaz $1 \text{ hl} = 100 \text{ l}$ -ből áll.



Kapcsolat a térfogat és az űrtartalom között: A francia forradalom idején úgy döntöttek, hogy azt a folyadék mennyiséget tekintik 1 liternek, ami az 1 dm oldalhosszúságú kockában elfér. Így lett $1 \text{ liter} = 1 \text{ dm}^3$.

Mértékegység-átváltás táblázattal:

térfogat	m^3			dm^3			cm^3			mm^3
űrtartalom		hl		l	dl	cl	ml			
	2									
		6								

Első sor: $2 \text{ l} = 2 \text{ dm}^3 = 20 \text{ dl} = 200 \text{ cl} = 2\,000 \text{ ml} = 2\,000 \text{ cm}^3$

Második sor: $6 \text{ hl} = 0,6 \text{ m}^3 = 600 \text{ l} = 6\,000 \text{ dl} = 60\,000 \text{ cl} = 600\,000 \text{ ml} = 600\,000 \text{ cm}^3$

2. A felszín (A): a testek (kocka, téglatest) felszíne a **határolólapok területének összege**. Ez azt jelenti, hogy a test teljes külső felületének területe, amelyet a lapok területének kiszámításával és összeadásával kapunk meg.

Mivel ez területek összege, így a terület mértékegységeket fogjuk alkalmazni.

A terület alap mértékegysége a **négyzetméter**, jele: **m²**

További mértékegységek:

$$1 \text{ mm}^2 < 1 \text{ cm}^2 < 1 \text{ dm}^2 < 1 \text{ m}^2 < 1 \text{ a} < 1 \text{ ha} < 1 \text{ km}^2$$

· 100 · 100 · 100 · 100 · 100 · 100

- A négyzetmilliméter (**mm²**), ami a négyzetméter milliomod része, azaz 1 m² 1 000 000 mm²-ből áll.
- A négyzetcentiméter (**cm²**), ami a négyzetméter tízezred része, azaz 1 m² 10 000 cm²-ből áll.
- A négyzetdeciméter (**dm²**), ami a négyzetméter század része, azaz 1 m² 100 dm²-ből áll.
- A négyzetkilométer (**km²**), ami a négyzetméter milliószorosa, azaz 1 km² 1 000 000 m²-ből áll.

Mértékegység-átváltás táblázattal:

km ²		ha		a		m ²		dm ²		cm ²		mm ²
					1	2						
		7										

Első sor: 12 m² = 1 200 dm² = 120 000 cm² = 12 000 000 mm²

Második sor: 7 ha = 0,07 km² = 700 a = 70 000 m² = 7 000 000 dm² = 700 000 000 cm²

Fontos fogalmak:

Él: a térgeometriai testek (pl. kocka, téglalest) lapjainak közös határvonala, egy egyenes szakasz. Két lap találkozásánál jön létre, és csúcsokban végződik. Az abc kisbetűivel jelöljük.

Lap: A test élek által határolt felülete.

Testek hálójára: akkor jön létre, amikor az alakzatot az élei mentén elvágva „széthajtogatjuk”.

Fontos testek:

1. Kocka: olyan test, amelynek **6 egyforma négyzet alakú lapja van**, és mind a 12 éle egyenlő.

Felšíne: $A = 6 \cdot a \cdot a$

6 db. egyforma négyzet határolja, aminek a $T = a \cdot a$

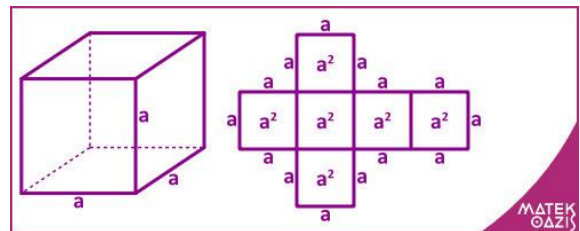
Térfogata: $V = a \cdot a \cdot a$

Térfogat kiszámításának módja alaplapon területe szorozva a magassággal. Az alaplapon egy négyzet, aminek területe: $a \cdot a$, magassága szintén a .

Példa: Legyen egy kocka éle 3 cm. Határozzuk meg a felšínét és a térfogatát!

$$A = 6 \cdot a \cdot a = 6 \cdot 3 \cdot 3 = 6 \cdot 9 = 54 \text{ cm}^2$$

$$V = a \cdot a \cdot a = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27 \text{ cm}^3$$



2. Téglalest olyan test, amelynek **6 téglalap alakú lapja van**, és a szemközti lapok egyformák. Élei: a, b, c

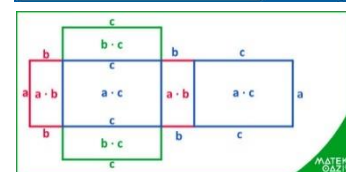
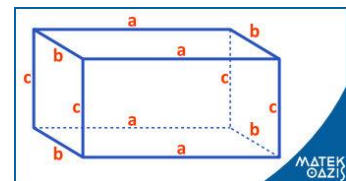
Felšíne: $A = 2 \cdot (ab + ac + bc)$

Térfogata: $V = a \cdot b \cdot c$

Példa: Legyen egy téglalest élei $a = 4 \text{ cm}$, $b = 3 \text{ cm}$, $c = 2 \text{ cm}$

$$A = 2 \cdot (ab + ac + bc) = 2 \cdot (4 \cdot 3 + 4 \cdot 2 + 3 \cdot 2) = 2 \cdot (12 + 8 + 6) = 2 \cdot 26 = 52 \text{ cm}^2$$

$$V = a \cdot b \cdot c = 4 \cdot 3 \cdot 2 \text{ cm}^3$$



Fontos tudnivalók

- Térfogat számításakor **három méretet szorzunk össze** (m³)
- Felšín számításakor **a lapok területét adjuk össze**. (m²)
- Számolás előtt mindig **azonos mértékegységre kell átváltani**.

Feladatok

1. feladat: Számítsd ki annak a kockának a felszínét és **térfogatát**, amelynek éle: $a = 10$ cm. Készíts vázlatot! Rajzold le a test hálóját is!

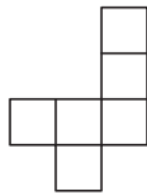
2. feladat –

Készíthető-e zárt dobozka az alábbi hálók összehajtogatásával, ha azokat csak a megrajzolt élek mentén hajthatjuk meg?

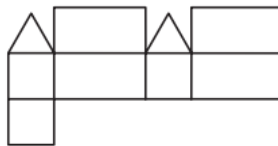
Az ábrák alatti négyzetbe írd **I** betűt, ha igen, és **N** betűt, ha nem!



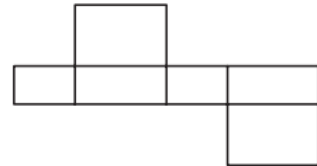
a) ☐



b) ☐



c) ☐



d) ☐

3. feladat: Számítsd ki annak a téglatestnek a felszínét és **térfogatát**, amelynek éle: $a = 6$ cm, $b = 5$ cm, $c = 4$ cm. Készíts vázlatot! Rajzold le a test hálóját is!

4. feladat: Pótold a hiányzó mérőszámokat és mértékegységeket!

a) $2 \text{ dm}^3 = \underline{\hspace{2cm}}$ liter

b) $5 \text{ liter} = \underline{\hspace{2cm}}$ dm^3

c) $3000 \text{ cm}^3 = 3 \underline{\hspace{2cm}}$

d) $1 \text{ dm}^3 = \underline{\hspace{2cm}}$ cm^3

5. feladat : Egy akvárium adatai a következők: hosszúság: **40 cm**; szélesség: **25 cm**; magasság: **20 cm**. Készíts rajzot!

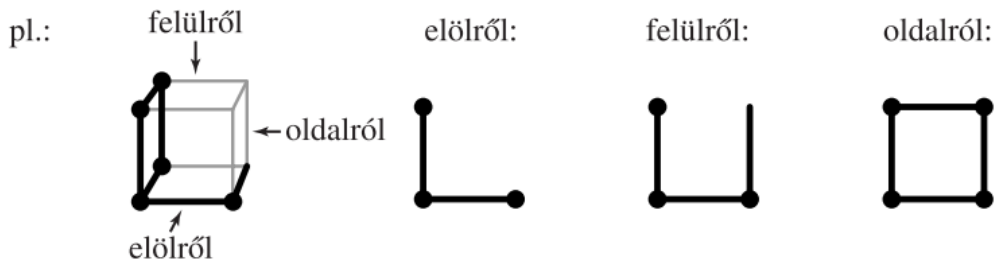
a) Mennyi az akvárium **térfogata cm^3 -ben**?

b) Hány **liter víz fér bele**?

6. feladat: Egy téglatest térfogata **60 cm^3** . Két oldala: $a = 5 \text{ cm}$ és $b = 3 \text{ cm}$. Mekkora a **harmadik él (c)**? Készíts rajzot!

7. feladat:

Marci rudakból (—) és golyókból (●) álló építőjátékból épített. Munka után az alkotásait nézegette előlről, felülről, oldalról.



Rajzold le az alábbi építményeket mindhárom nézetből!

	előlről:	felülről:	oldalról:
	a)	b)	c)
	d)	e)	f)

15. témakör: Sorozatok

1. A mindennapi életben gyakran találunk ismétlődéseket. Ezeket sorba rendezük és sorozatot kapunk. Ilyenek a ritmusok, a díszítések.

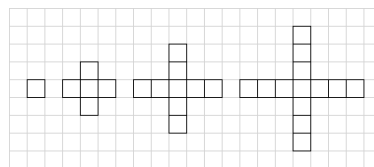


Figyeljük meg a „lelelele...” sorozatot. Az 1. eleme *l*, 2. eleme „e” betű. Láthatjuk, hogy „e” betű van a 2. 4. 6. 8. ... elem helyén. Ebből tudjuk, hogy a 20. elem, vagy a 2034. elem is „e” betű lesz. A páratlan helyeken mindig „l” betű szerepel.

lelelelele

Több elem után is lehet ismétlődés. abcdababcdabc... Itt minden 4. elem „d” betű.

2. Vannak sorozatok, amelyek elemei szabályosan változnak.
A képen látható sorozat



1. eleme 1 db négyzetből áll.
2. eleme 5 db négyzetből áll.
3. eleme 9 db négyzetből áll.

Ha felfedezzük, hogy mindig 4-gyel nő a négyzetek száma, akkor meg tudjuk mondani, hogy a 4. elem 13 db, az 5. elem 17 db-ból fog állni.

Nehezebb megmondani, hogy a 30. elem hány elemből fog állni. Ezért másik szabályt is találhatunk. pl.: elemek sorszámát szorozzuk 4-gyel és elveszünk belőle 3-at.

1. elem = $1 \cdot 4 - 3 = 4 - 3 = 1$ db
2. elem = $2 \cdot 4 - 3 = 8 - 3 = 5$ db
3. elem = $3 \cdot 4 - 3 = 12 - 3 = 9$ db
4. elem = $4 \cdot 4 - 3 = 16 - 3 = 13$ db
- ...
30. elem = $30 \cdot 4 - 3 = 120 - 3 = 117$ db

3. Sorozatokban mindenképpen valamilyen szabály van. A szabály meghatározása szükséges ahhoz, hogy folytatni tudjuk a sorozatot. Ha nincs ismétlődés, akkor valamilyen matematikai műveletet keresünk az elemek között.

Egylépésben változó sorozat: pl.: 2; 5; 8; 11; 14; ... Minden elemhez hozzáadunk 3-at.

Két lépésben változó sorozat: pl.: 2; 12; 14; 24; 26; 36; ... Egyszer hozzáadunk 10-et, aztán 2-őt, majd megint +10 és +2.

Lehet olyan, hogy maga a sorozat szabálya is sorozat. pl.: 10;11;13;16;20;25;... Mindig változik a hozzáadott szám: +1;+2;+3;+4;...

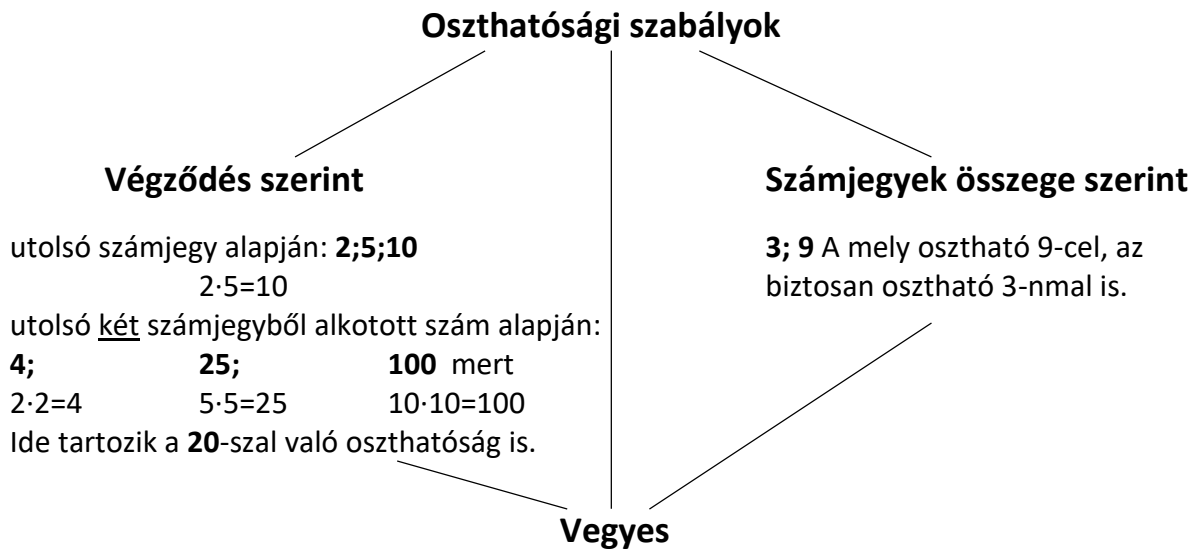
4. Vannak sorozatok, ahol a szabályt a sorozat saját elemeiből képezzük. pl.: 1,2;3;5;8;13;21;34;... Itt mindig az előző két elemet adjuk össze. $5+8=13$; $8+13=21$; $13+21=34$.

5. A sorozatokat mindkét irányba kiegészíthetjük. pl.:



Itt a szabályt visszafelé is tudni kell alkalmazni. 220 előtt álló szám 13-mal kisebb, tehát $220-13=207$.

6.



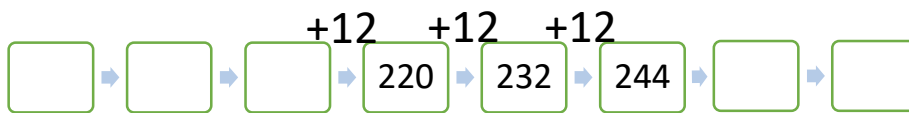
Az egyik a végződés szerinti csoportból, a másik a számjegyek összege szerinti csoportból kerül ide.

- pl.: Egy szám akkor osztható 6-tal, ha 2-vel és 3-mal is osztható. $6 = 2 \cdot 3$.
 pl.: Egy szám akkor osztható 15-tel, ha 5-tel és 3-mal is osztható. $15 = 5 \cdot 3$.
 pl.: Egy szám akkor osztható 18-cal, ha 2-vel és 9-cel is osztható. $18 = 2 \cdot 9$.
 pl.: Egy szám akkor osztható 36-tal, ha 4-gyel és 9-cel is osztható. $36 = 4 \cdot 9$.

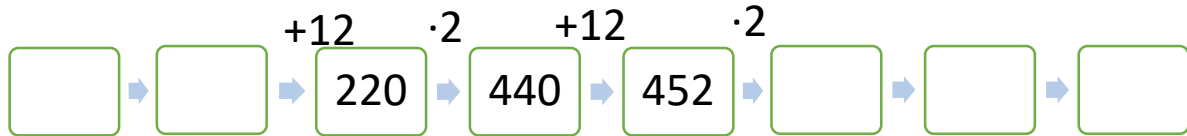
DE, VIGYÁZZ!!!! Nem biztos, hogy osztható 18-cal az a szám, amelyik 3-mal és 6-tal is osztható, pedig $18 = 6 \cdot 3$. De a 6-ban már ott van osztóként a 3 is elbújva. Ilyen pl: a 12, vagy a 24. Mindkettő osztható 3-mal és 6-tal is, mégsem osztható 18-cal.

Gyakorló feladatok:

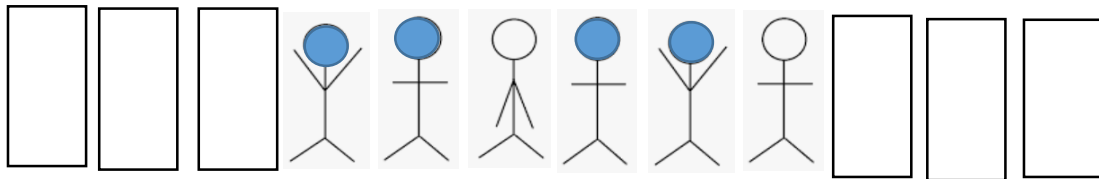
1. Egészítsd ki a sorozatot!



2. Egészítsd ki a sorozatot!



3. Egészítsd ki a sorozatot!



4. Keress szabályt a sorozathoz! Írd a szabályt a nyilakra! Egészítsd ki a sorozatot!



5. Keresd meg a szabályt és egészítsd ki a sorozatot!



6. Írd be a sorozat többi elemét!

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.	21.	22.
a	b	c	a	b	c	a															

Milyen lesz a

15. elem?

29. elem?

236. elem?

21. elem?

93. elem?

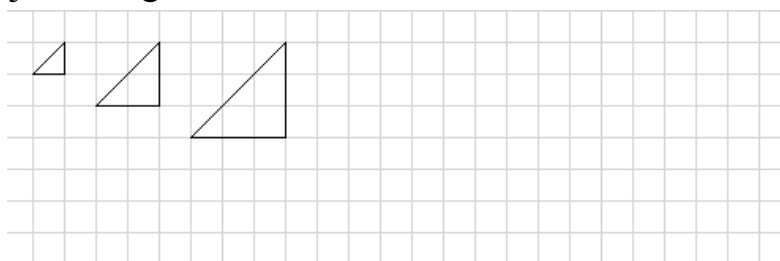
3000. elem?

30. elem?

100. elem?

3334. elem?

7. Rajzold meg a sorozat két további elemét!



8. Az osztás elvégzése nélkül húzd alá azokat a számokat, amelyek oszthatók 2- vel. Karikázd be azokat a számokat, amelyek oszthatók 5-tel.

371; 412; 943; 555; 498; 1419; 3210; 672; 551

Mivel oszthatók azok a számok, melyeket alá is húztad és be is karikáztad?

.....

9. Az osztás elvégzése nélkül húzd alá azokat a számokat, amelyek oszthatók 4-gyel. Karikázd be azokat a számokat, amelyek oszthatók 25-tel.

875; 924; 700; 1888; 17 000; 5100; 12 650; 6940; 15 413

Mivel oszthatók azok a számok, melyeket alá is húztad és be is karikáztad?

.....

10. 261; 1998; 111; 365; 1200; 153; 3050; 375; 2439

Válogasd ki és írd le, melyek oszthatók az előző számok közül

- a) 2-vel;
- b) 4-gyel;
- c) 5-tel;
- d) 20-szal;
- e) 10-zel;
- f) 100-zal;
- g) 25-tel;
- h) 50-nel;
- i) 3-mal;
- j) 9-cel;
- k) 6-tal;

11. Milyen számjegy kerüljön a $\square$ helyére, hogy a $346\square$ osztható legyen

- | | |
|----------|----------|
| 2-vel; | 4-gyel; |
| 5-tel; | 10-zel; |
| 100-zal; | 50-nel; |
| 3-mal; | 9-cel; |
| 6-tal; | 20-szal; |

16. téma: Halmazok, intervallumok

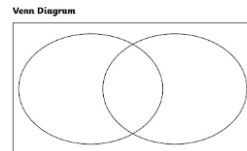
Halmaz, elem, eleme: matematikai alapfogalmak

Halmaz: Azonos tulajdonsággal rendelkező dolgok összessége, csoportja. Jelölése: $H = \{ \}$

Halmaz eleme: a halmazba tartozó, a halmazba sorolt dolgok, fogalmak stb. Jele: $a \in H$ (olvasd: a eleme H -nak)

A **halmaz adott**, ha bármely meghatározott dologról egyértelműen eldönthető, hogy hozzátartozik a halmazhoz vagy sem.

A **halmaz megadása** elemeinek a megadását jelenti, amit Venn-diagrammon ábrázolunk. Ez történhet:

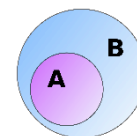


- a halmazt alkotó összes elem vagy legalább annyi elem felsorolásával, amely alapján egyértelműen megállapíthatók a halmaz elemei;
 - Pl.: $A := \{1, 3, 5, 7, 9, \dots\}$
- A halmaz elemeire vonatkozó összefüggés, rájuk jellemző szöveg, tulajdonság leírásával;
 - Pl.: $B := \{A \text{ hét napjai}\}$

Alaphalmaz: Azon dolgok összessége, amelyekből válogathatunk a feladat megoldása során.

Üres halmaz: az a halmaz, amelynek nincs eleme. Jelölése: $\emptyset$

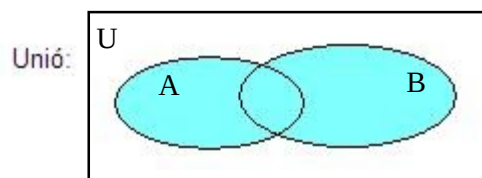
Részhalmaz: Az A halmaz a B halmaz részhalmaza, ha az A halmaz minden eleme a B halmaznak is eleme. Jelölése: $A \subset B$



Műveletek halmazokkal:

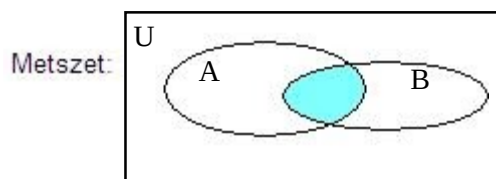
Egyesített, halmaz (**unió**): azoknak az elemeknek a halmaza, amelyek az adott halmazok közül legalább az egyikbe beletartoznak. Jelölése: $\cup$

Pl.: $A \cup B$



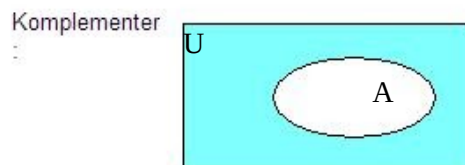
Két halmaz közös része (**metszete**): azoknak az elemeknek az összessége, amelyek az adott halmazok mindegyikébe benne vannak. Jelölése: $\cap$

Pl.: $A \cap B$



Az A halmaz kiegészítő halmaza (**komplementere**): azoknak az elemeknek az összessége, amelyek elemei az alaphalmaznak, de nem elemei, az A halmaznak. Jelölése: $\bar{A}$

Pl.: $\bar{A}$



Pl.: Legyen

$$U := \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$$

$$A := \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$$

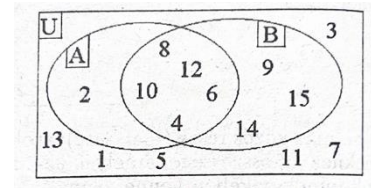
$$B := \{4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15\}$$

$$A \cup B = \{2, 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15\}$$

$$A \cap B = \{4, 6, 8, 10, 12\}$$

$$\bar{A} = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\}$$

$$\bar{B} = \{1, 2, 3, 5, 7, 11, 13\}$$



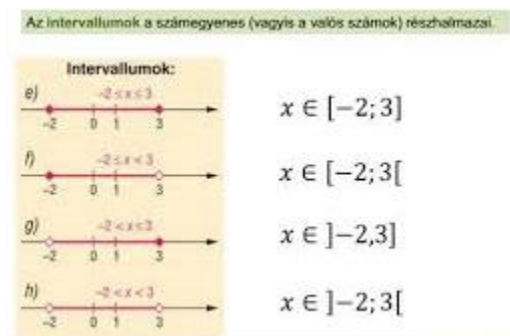
Intervallumok

Az intervallumok a valós száme egyenes egybefüggő szakaszai, amelyek két adott szám közötti összes számot tartalmazzák. Lehetnek zártak, nyíltak vagy félig nyíltak, attól függően, hogy a végpontok beletartoznak-e a halmazba (zárt: $[a, b]$, nyílt: (a, b))

Műveleteik közé tartozik az unió ($\cup$) és a metszet ($\cap$).

Főbb intervallum típusok:

- **Zárt intervallum** $[-2, 3]$: A végpontokat is tartalmazza ($-2 \leq x \leq 3$). (e ábra)
- **Nyílt intervallum** $(-2, 3)$: A végpontok nélkül ($-2 < x < 3$). (h ábra)
- **Félig nyílt/zárt** $(-2, 3]$ vagy $[-2, 3)$: Egyik oldalon nyitott, a másikon zárt. (f, g ábra)
- **Végtelen intervallumok**: $[3, \infty)$, azaz legalább 3 vagy $(-\infty, -2]$, azaz legfeljebb -2 a száme egyenes egy irányban végtelen szakasza.



Jelölés és ábrázolás:

- **Zárt végpont**: szögletes zárójel $[]$, száme egyenesen pedig teli kör
- **Nyílt végpont**: kerek zárójel $()$, száme egyenesen üres kör.

16. témakör feladatai:

1. Az alap halmaz $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$, az A = páros számok halmaza, B = a 3-mal osztható számok halmaza! Készíts Venn-diagramot!

2. Az $U=\{1,2,3,4,5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$ halmazból jelöld meg az A = páros számok halmaza és a B = 4-gyel osztható számok halmazát! Készíts Venn diagramot a feladathoz! Az B halmaz az A halmaznak halmaza. Miért? Válaszodat indokold!

3. Ábrázold folyamatos vonallal és a megfelelő végződésekkkel a 3-nál nagyobb, de 6-nál kisebb számokat a számegyenesen!



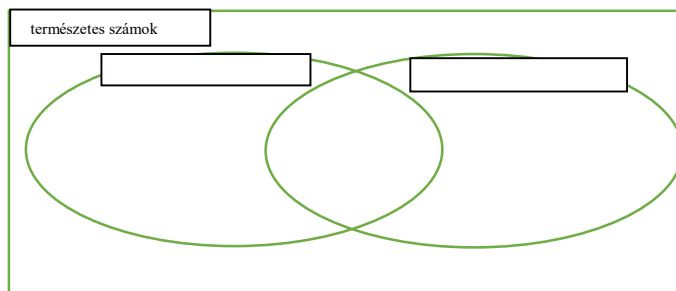
4. Ábrázold folyamatos vonallal és a megfelelő végződésekkkel a 3-nál kisebb, **vagy** 6-nál nagyobb számokat a számegyenesen!



5. Ábrázold folyamatos vonallal és a megfelelő végződésekkkel a 10-nél nagyobb és 30-nál nem nagyobb számokat a számegyenesen!

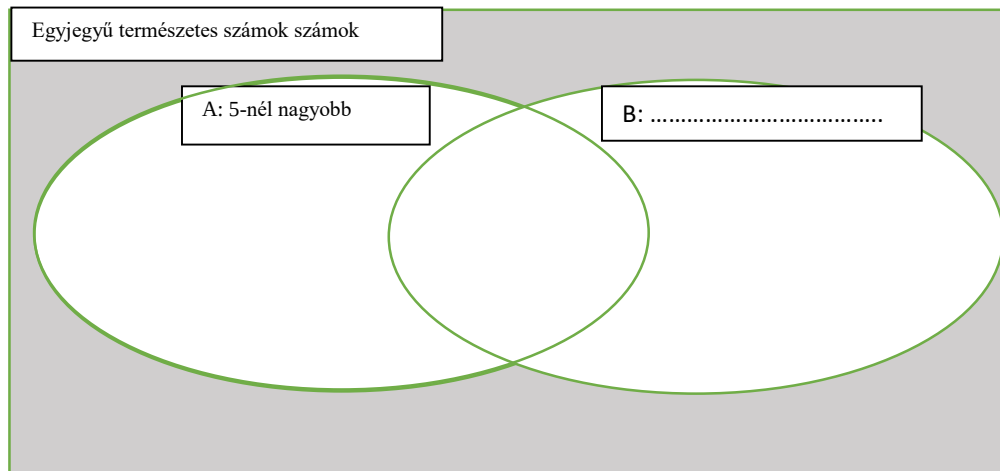


6. Számegyenesről leolvassa írd a halmazábrába a megfelelő meghatározásokat!

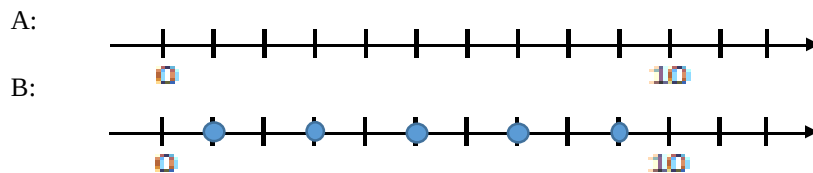


Írd le relációs jelekkel is a számegyenesen jelölt halmazokat!

7. Egészítsd ki a halmazábrát! Segít a b) feladat B számegyenese!
Milyen meghatározás illik a B halmazhoz? Írd a pontozott részbe!



- b) Ábrázold számegyenesen a halmazábrába beírt számokat!



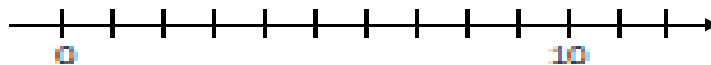
Sorold fel az 5-nél nagyobb páros számokat!
Színezd ki ezt a részt a halmazábrában!

Milyen tulajdonságú számok kerültek a szürke részbe?

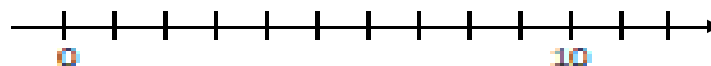
.....

A és B közös részébe került számok:

Jelöld a metszetbe került számokat a számegyenesen!



A és B (egyesítése) uniója:



17. tétel: Logika, kombinatorika

1. A matematikában logikai mondatok kijelentő mondatok, melyek megoldása igaz/hamis válaszok.

Pl.: Márti lány. (Igaz) A Mikulás mindig nyáron jön. (Hamis)

2. Több kijelentést összekapcsolhatunk „és”, „vagy” szavakkal.

Pl.: A 10 osztható 2-vel és 5-tel. (Igaz, mert mind a kettő igaz.)

A 8 osztható 2-vel és 5-tel. (Hamis, mert az egyik hamis.)

A 15 osztható 2-vel vagy 5-tel. (Igaz, mert az egyik igaz.)



Katinak két copfja van és zsebes ruhája. (Igaz, ő a harmadik gyerek a képen.)

Verának két copfja van vagy pöttyös ruhája. (Igaz, ha ő a második gyerek a képen, mert 2 copfja van. Lehet ő a negyedik gyerek is, mert neki pöttyös ruhája van.)

3. Az állítások ellentettjét is megfogalmazhatjuk. Ilyenkor az igaz hamissá válik, a hamis igazzá.

Pl.: A 2 páros szám. (igaz) Ellentettje: A kettő nem páros szám. (Hamis)

4. Legalább szóbal a nagyobb vagy egyenlőt fejezzük ki:

Pl.: A pénz7 foglalkozásain mindenki legalább 5000 Bocskai forintot szerzett. Ez azt jelenti, hogy mindenkinek volt 5000 Bocskai forintja, vagy annál több.

A pénz7 foglalkozásain mindenki legfeljebb 5000 Bocskai forintot szerzett. Ez azt jelenti, hogy van, akinek volt 5000 Bocskai forintja, sokaknak annál, kevesebb annál kevesebb.

Pl.: Peti bizonyítványában legalább egy ötös lesz a hatodik év végén. (ez azt jelenti, hogy egy ötöse biztosan lesz, de lehet több is neki.)

A szintmérőn legfeljebb 100 pontot lehet elérni. Ez azt jelenti, hogy ennyi a maximum, tehát a hibátlan dolgozat lesz 100 pont. Ennél többet NEM lehet elérni, csak ennyit, vagy kevesebbet.

5. Az egyforma elemeket gyakran **sorrend**be rendezzük. Növekvő sorrend esetén a legkisebbel kezdjük, és utána nagyobbakat írunk. Csökkenő sorrendnél a legnagyobbval kell kezdeni, mert utának kisebbeket írhatunk.

pl.: Tedd csökkenő sorrendbe: 2, 5, 1, 7, esetén $7 > 5 > 2 > 1$.

6. **Biztos esemény**, ami bármilyen helyzetben biztosan igaz lesz. pl.: Válassz ki egy számot: 12; 37; 24; 99; közül biztosan 10-nél nagyobb számot választottál.

Lehetetlen esemény: Az előző számokból kiválasztva egyet, lehetetlen, hogy 10-nél kisebbet választottál.

Lehetséges, de nem biztos: Páros számot választottál. Párosat is választhattál, meg lehet, hogy nem párosat választottál.

7. Keresd meg az **összes lehetséges eseményt**! Az ilyen feladatoknál célszerű valamilyen rendszer szerint keresni.

Pl: 2; 3; 4 számjegyekből készítsünk kétjegyű számokat. Ismétlődhet is a számjegy. Ilyenkor a növekvő sorrendet követve kiválaszom a legkisebbet: 2. Utána még egy számjegy kell. 2□; Először újra a legkisebbet választjuk: 22; majd a következő kisebbet: 23; majd: 24. Nincs több lehetőség, hogy 2-vel kezdődjön, ezért a következőt tesszük előre: 3□. Ugyanúgy járunk el, mint az előbb a kettőnél: 32;33;34;. Majd a 4□ következik: 42;43;44. Ezzel a módszerrel minden lehetséges eseményt felsorolunk.

22 32 42

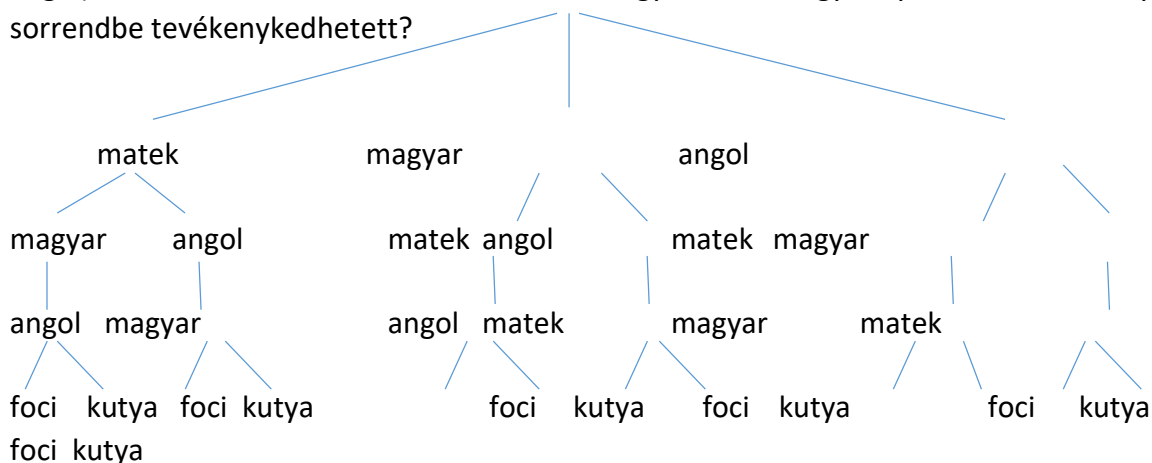
23 33 43

24 34 44 Nézd meg az ismétlődéseket ebben az elrendezésben!

Az első helyre három féle számot írhattunk, és a második helyre is három félé. Így $3 \cdot 3 = 9$ lehetőség van.

Ha a feladatot úgy fogalmazzuk meg, hogy ①②③ számkártyáink vannak és ebből rakj össze kétjegyű számokat, akkor az ismétlődések nem lehetségesek, mert a kártyákból csak egy van. megoldás: ①②; ①③; ②①; ②③; ③①; ③②. 6 lehetséges megoldás van, mivel az első helyre 3-ból, a második helyre már csak 2 megmaradt kártyából választhatunk. $3 \cdot 2 = 6$.

8. A lehetséges eseteket **ágrajz**ban is ábrázolhatjuk. Zalán három tantárgyból (matek, magyar, angol) készített házi feladatot és tanulás után vagy focizott, vagy kutyát sétáltatott. Milyen sorrendbe tevékenykedhetett?



12 féle sorrendben tevékenykedhetett.

9. A sokféle lehetőséget érdemes lehet **táblázat**ban felírni. Pl: 24 osztói:
Figyeld meg, hogy minden sorban a számok szorzata 24. Ezt osztópároknak nevezzük. Így az első oszlopban növekednek a számok, a másodikban csökkennek, és a legalsó sorban összeérnek, mert a következő lehetőség a $6 \cdot 4 = 24$ lenne, de az már megvan.

1	24
2	12
3	8
4	6

Gyakorló feladatok:

1. A kép alapján írd a mondatok után, hogy igaz (I) vagy hamis(H)!
Fogalmazd meg az állítások ellentettjét is! Arról is dönts el, hogy igaz vagy hamis!

1. Csak téli ruházat van. ()

().....

2. Minden lábbeli csizma. ()

().....

3. Nem minden nadrág rövid. ()

().....

4. Van olyan felső ruházat, ami nyári viselet.()

().....

5. Nincs papucs. ()

().....



2. Rendezd növekvő sorrendbe az számokat!

506; 65; 56; 6050; 5600; 560;

3. A következő nyitott mondatok mindegyikéhez keresd meg az igazsághalmazokat!

a) A ... hónapok utolsó 3 betűje „ber”.

I={.....}

b) Az év harmadik hónapja. I={.....}

c) A „m” betűvel kezdődő tavaszi hónap a ...

I={.....}

4. Válogasd ki azokat a számokat, amelyek értéke legfeljebb 14.

7, 10, 14, 15, 16, 18, 23

.....

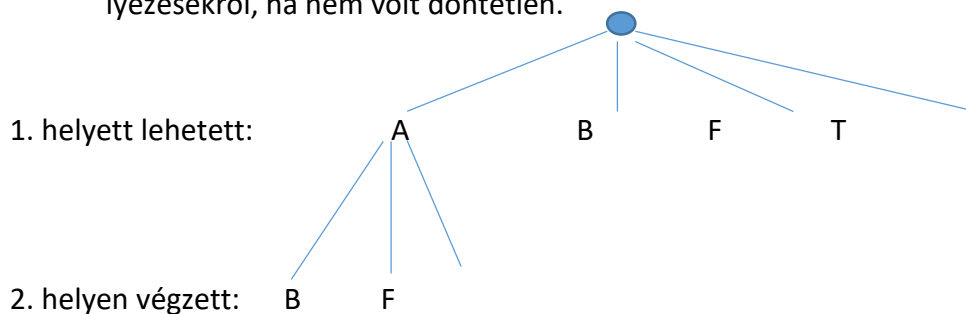
5. Karikázz be 2 autót vagy 3 hajót! Húzz át három autót és egy hajót!



6. Ki az aki legalább 200m-t futott? Húzd alá a nevét!

Peti 150 m-t futott. Dani 300m-t futott. Máté 200m-t futott. Ádám 250m- t futott.

7. Andi, Bea, Fanni, Tamara futóversenyen vettek részt. Készíts ágrajzot a lehetséges helyezésekről, ha nem volt döntetlen.



3. helyezést ért el:

4. helyet végzett:

8. A következő számkártyákból rakd ki az összes lehetséges háromjegyű számot! Próbáld növekvő sorrendben leírni!

3	5	8	9
---	---	---	---

9. Egy kétjegyű szám számjegyeinek összege 13. Foglald táblázatba a lehetséges megoldásokat!

tíze- sek	egye- sek	szám